Sammlung
Algebraischer Aufgaben

nebst

einer Einleitung

in die

Buchstabenrechnung und Algebra.

Von

Johann Philipp Grüson.

Erster Theil.

Enthaltend Aufgaben vom ersten Grade mit Einer unbekannten Größe.

12 Gr.

Halle, 1793.

In Johann Christian Hendels Verlage.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Seiner
Hochfreyherrlichen Excellenz
dem
Hochgebohrnen Herrn
Herrn
Friedrich Anton
Freyherrn von Heinitz,
Sr. Königlichen Majestät von Preussen
Hochbetrautem wirklichem Geheimen = Etats=
und Kriegs = Minister,
Ritter des schwarzen Adler = Ordens,
Curator der Königlichen Akademie
der Künste, u. s. w.

in Unterthänigkeit zugeeignet.

Hochgebohrner Freyherr, Gnädigster und Hochgebietendster wirklicher Herr Geheimer-Etats-Minister!

Ich verehre in tiefster Ehrfurcht mit meinen Mitbürgern Ew. Hochfreyherrliche Excellenz als einen hohen Kenner, Beschützer und thätigen Beförderer aller Wissenschaften, und aller gemeinnützigen Unternehmungen.

Möchte doch auch gegenwärtige Arbeit den hohen und gnädigen Beyfall von Preussens großem Minister erhalten, dessen unendliche Verdienste in so vieler Hinsicht weit über die Schilderung einer schwachen Feder hinweg sind. —

Glück-

Glücklich, wenn ich in Zukunft mich der hohen Gnade von Ew. Hochfreyherrlichen Excellenz erfreuen darf.

Unter den innigsten Wünschen für Ew. Hochfreyherrlichen Excellenz hohes Wohlergehen verharre mit tiefster Ehrfurcht

Hochgebohrner Freyherr,
Gnädigster Herr,
Ew. Hochfreyherrlichen Excellenz

Berlin den 18ten August
1792.

unterthänigster
Johann Philipp Grüson.

Vorbericht.

Der Zweck eines algebraischen Lehrbuchs, verstattet aus mehr als Einem Grunde nicht, daß es eine große Beyspiel-Sammlung von algebraischen Aufgaben enthalte, so nothwendig auch solche immer seyn mögen.

Der Lehrer ist daher immer genöthigt, sich außer dem Lehrbuche noch viele andere zum Theil

theu-

theure algebraische Schriften anzuschaffen, und hier sucht er das, was er wissen will oder grade nöthig hat, doch oft vergebens.

Dem Anfänger ist eine vollständige Sammlung von dergleichen Aufgaben fast noch unentbehrlicher, da er sie zu seinen algebraischen Uebungen nothwendig braucht, und da er noch nicht Vorkenntniß genug hat, mit Nutzen und Auswahl jede algebraische Schrift zu lesen.

Es ist daher eine solche vollständige Sammlung wie gegenwärtige, die noch nirgend so existirt, gewiß beyden willkommen. – Ich habe zur möglichen Erreichung des wahren Zwecks jede Aufgabe so deutlich aufgelöst, daß sie ganz für sich verständlich seyn wird. Der Lehrer oder Anfänger kann daher eine Aufgabe wählen, welche er will, so ist ihm die Auflösung davon ohne die vorhergehende gelesen zu haben, gewiß ganz verständlich.

Mehr von dem Nutzen einer solchen Sammlung zu sprechen, ist überflüßig. – Die Alten haben sicher den Nutzen davon eingesehen, daher schrieben sie – Mathematische Belustigungen;

Er-

Erquickstunden; Algebraische = Zeitvertreiber; Sinnen Confekte (und wie sonst die Titel alle heissen mögen), die aber für den jetzigen Zustand der Wissenschaft nicht mehr brauchbar sind.

Noch finde ich nöthig anzuzeigen; daß diese Aufgaben schon vor einigen Jahren gleich im Anfange meines algebraischen Fleisses, gesammlet sind, und daß ich geliebt es Gott jede Messe einen Theil, so stark als gegenwärtigen herauszugeben gedenke. Der nächste Theil enthält ausser der Fortsetzung der Einleitung in die Buchstabenrechnung und Algebra, die Aufgaben vom ersten Grade mit zwey unbekannten Größen: der 3te Theil beschließt endlich die Aufgaben des ersten Grades, mit drey und mehrern unbekannten Größen. Solche 3 Theile werden allemal einen Band ausmachen. Dann sollen Aufgaben vom zweyten Grad u. s. w. folgen.

Die Einleitung in die Buchstabenrechnung und Algebra, ist von mir auf Verlangen meines Herrn Verlegers, hinzugefügt worden, nachdem die Aufgaben bereits abgedruckt waren – dieses wird einige Mängel entschuldigen, welche die Eile ver-

verursacht hat. Ich habe hin und wieder neue Vorstellungsarten gewählt, und einsichtsvolle Recensenten werden mich darüber selbst durch ihren Tadel belehren.

Druckfehler habe ich einige am Ende angezeigt, die ich bitte vor dem Gebrauch des Buchs zu verbessern. Sollte ich mehrere entdecken, so theile ich sie im nächsten Theile mit.

Mein einziger Wunsch ist nützlich zu werden – möchte doch derselbe in Erfüllung gehen.

Der Verfasser.

Einleitung
in die Buchstabenrechnung und Algebra.

§. 1.

Bey dem Anblick sichtbarer Gegenstände drängt sich unsrer Seele der Begriff von Vielheit und Größe von selbst auf, und durch Abstraktion denkt sie sich diese Begriffe für blos abstrakte Dinge. So z. B. kann sie sich die Größe, oder die runde Figur des Mondes allein vorstellen, ohne nöthig zu haben, auch zugleich an seine übrigen Beschaffenheiten zu denken. – Sie nimmt ferner wahr, daß sie sich alle diese Gegenstände größer oder auch kleiner, der Zahl nach ihrer mehr oder weniger denken kann, und wird nun sehr leicht schließen, daß man alles das eine Größe nennen könne, was einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist.

Anmerk. Der Wohlklang und Reichthum der Sprache heischt oft, daß man bey verschiedenen Sachen, denen das mehr und minder zukömmt, verschiedene, jedoch mit mehr und minder gleichbedeutende Wörter gebraucht. Dem gewöhnlichen Sprachgebrauche gemäß pflegt man das Prädikat mehr oder minder immer nur ganzen Mengen von gleichartigen Dingen beizulegen. So z. B. sagt man: Saturn habe mehr Trabanten als Jupiter, und die Erde habe weniger als Jupiter. Hingegen das Prädikat groß oder klein gebraucht man gewöhnlich nur, wenn von einzeln Dingen die Rede ist: als die Sonne ist größer als die Erde, der Mond aber ist kleiner als die Erde, wie

wohl

wohl es auch dem Sprachgebrauch nicht gänzlich entgegen wäre, wenn man sagte: die Menge der bey den Saturn befindlichen Trabanten ist grösser als der bey dem Jupiter; oder umgekehrt, diese Menge ist kleiner als jene; auch, die Sonne hat mehr Größe als die Erde; oder umgekehrt, die Erde hat weniger Größe als die Sonne. Eben diese Bewandniß hat es auch mit folgenden gleichbedeuteten Wörtern: Vielheit, Menge, Zahl, Anzahl. Wer die Sprache versteht, dem sind diese Wörter verständlich, und er braucht darüber keine weitere Erläuterung.

§. 2.

Die Arithmetik, Rechenkunst oder besser Rechenwissenschaft, betrachtet die Größe blos als eine Menge von Theilen. Ist nun die Anzahl dieser Theile bestimmt, so bezeichnet man sie mit Zahlen. Z. B. tausend Ducaten sind eine ganz bestimmte Menge, die ich durch die Zahl 1000 bestimmt angeben kann. Ist aber die Anzahl der Theile unbestimmt, oder wird solche als unbestimmt angesehen, so bedient man sich zu ihrer Bezeichnung der Buchstaben und zwar gewöhnlich der kleinen lateinischen. – Eine unbestimmte Menge Ducaten zu bezeichnen, könnte man sich der Zeichen a, b, c u. s. w. bedienen. Hieraus erhellet der Unterschied im Gebrauch der Zahlen und Buchstaben. Die Zahlen geben eine bestimmte Menge bestimmt an. Die Buchstaben können jede bestimmte Menge bedeuten. Alle arithmetische Veränderungen der Größen, wenn man sie allgemein betrachtet, und also mit Buchstaben bezeichnet, machen die Buchstabenrechnung aus. So viel vorläufig von dem, was man unter dem Worte Buchstabenrechnung verstehet – mehr hier davon zu sagen, möchte Anfängern noch nicht verständlich genug vorgetragen werden können.

Anmerk. Betrachtet man die Größe bloß als eine Menge von Theilen, so nennt man sie discrete Größe, und nur mit solcher beschäftigt sich die Arithmetik.

§. 3.

Zu den Vortheilen die in der Buchstabenrechnung aus dem Gebrauch der Buchstaben entspringen, gehört vorzüglich der, daß man sich in derselben gewisser Zeichen bedient, dadurch die Sprache in der Buchstabenrechnung ausserordentlich einfach, kurz und bündig wird. Obgleich diese Zeichen zum Theil schon in der gemeinen Arithmetik gebraucht werden, und daher meinen jungen Lesern, bey denen ich gemeine Arithmetik voraussetzen muß, bereits schon bekannt sind, so halte ich es doch für gut, sie hier mit anzuführen.

§. 4.

Das Zeichen (+) ist das Zeichen der Addition und wird plus oder und gelesen. Z. E. $3 + 7$, wird gelesen 3 plus 7, oder 3 und 7, und bedeutet 3 und 7 soll addirt werden. Eben so bedeutet: $3 + 7 + 5 + 2 + 9$ nichts anders, als 3, 7, 5, 2, und 9, sollen zusammen addirt werden. Der Ausdruck $a + b$ zeigt an, es soll zu a, b, addirt werden, und nun wird man auch diesen Ausdruck verstehen: $a + b + c + d + e + f$.

Das Zeichen (-) ist das Zeichen der Subtraktion. Der Gebrauch desselben ist folgender. Wenn ich anzeigen will, daß von a, b subtrahirt werden soll, so drücke ich dieses so aus $a - b$, und lese es a weniger b, oder a minus b. In Zahlen $11 - 7$ heißt 11 weniger 7 oder 11 minus 7, welches also anzeigt, es soll 7 von 11 subtrahirt werden; soll von der allgemeinen Zahl a, $b + c + d + e + f + g$ abgezogen werden, und soll man dieses durch Zeichen andeuten, so geschiehet dieses so: $a - (b + c + e + f + g)$. Ein Beispiel in Zahlen wäre $135 -$

(7 + 4 + 5 + 2 + 1). Nemlich die abzuziehende Zahl, wenn solche aus mehrern Theilen besteht, muß in Klammern eingeschlossen werden.

Das Zeichen der Multiplication ist entweder ein Punkt (.) oder ein liegendes Kreuz (×), beyde sind im Gebrauch gleichgültig, und man bedient sich dessen, was einem gerade am ersten beyfällt. Z. E. 3.4 oder 3 × 4, heißt (das eine sowol als das andere), 3 soll mit 4 multiplicirt werden, und wird gelesen 3 mal 4. Eben dieses bedeuten die Ausdrücke a.b; c × g Soll angezeigt werden, daß a + b; mit m + n multiplicirt werden soll, so geschiehet dieses wieder mit Hülfe der Klammern, als (a + b).(n + m) oder (a + b) × (n + m). Eben so bedeutet (a - b).(c - d); es soll a weniger b mit c weniger d multiplicirt werden; in der Kunstsprache heißt es a minus b mal, c minus d.

Um anzuzeigen, daß gegebene Zahlen durch andere gegebene dividirt werden sollen, bedient man sich der zwey Punkte (:) oder zieht blos einen Strich zwischen den unter einander gesetzten Dividendus und Divisor. Z. E. Um anzuzeigen, daß 15 durch 3 dividirt werden soll, schreibt man es so: 15 : 3 oder $\frac{15}{3}$. Wenn 5 + 7 + 2 durch 6 + 1 + 9 + 3 dividirt werden soll, so deutet man es wie folget an, (5 + 7 + 2) : (6 + 1 + 9 + 3) oder $\frac{5+7+2}{6+1+9+3}$. In Buchstaben sehen diese Ausdrücke eben so aus, als: a : b oder $\frac{a}{b}$; $\frac{a+b+c}{g+f+h+m}$ oder (a + b + c) : (g + f + h + m). Eben so bedeutet, (a + b -- c) : (m -- n + g) oder $\frac{a+b-c}{m-n+g}$ daß a + b -- c durch m -- n + g dividirt werden soll.

Anmerk. Aus dem Vorhergehenden sieht man: daß so bald eine Zahl aus mehrern durch (+) und (-) abgesonderten Theilen bestehet, und mit solchen Zahlen, irgend eine Arithmetische Operation gemacht oder

oder vielmehr nur angezeigt werden soll, so schließt man sie in Klammern, Haken oder welches einerley ist, in eine Parenthese ein. Soll zum Beyspiel a - b mit p multiplicirt werden, so wird dieses so angedeutet p. (a - b). Statt der Parenthese bedient man sich auch wohl eines darüber gezogenen Strichs, also statt p. (a - b), schreibt man p. $\overline{a - b}$; und statt (c - m): (r - g) schreibt man $\overline{c - m}$: $\overline{r - g}$. Aber es ist besser um aller Zweydeutigkeit vorzubeugen, sich lieber der Parenthese statt des Strichs zu bedienen.

Um Zahlen oder Größen überhaupt mit einander bequem vergleichen zu können, das heißt zu untersuchen, ob zwey Größen gleich oder ungleich sind, dienen folgende zwey Zeichen. (=) ist das Zeichen der Gleichheit und (< oder >) ist das Zeichen der Ungleichheit. Ihr Gebrauch ist folgender. Wenn die Größe a der Größe b gleich ist, so deutet man dieses durch folgende Bezeichnung an a = b, und liest dieses a gleich b oder a equal b; ist aber die Größe a größer als die Größe b, so bezeichnet man dieses so, a > b, und liest dieses a ist größer als b. Man setzt nehmlich das Zeichen der Ungleichheit zwischen beyde zu vergleichende Größen, und zwar in einer solchen Lage, daß die Oeffnung allemal gegen die größere Größe und also die Spitze des Zeichens gegen die kleinere Größe stehet. Folgende Ausdrücke werden nun ganz verständlich seyn, $3 + 7 = 10$; $8 + 9 - 7 = 10$; $19 - 9 = 12 - 2$; $7 + 9 - 16 < 9 + 8 - 3$; $17.a = 5.a + 4 a + 8. a$; $19.a - 3.a < 27.a - 7.a$; $5.g + 8 g > 3.g + 2.g$.

§. 5.

Wenn a + b = c, das heißt die Summe von a und b gleich c ist, so ist es offenbar einerley, ob ich

schrei-

schreibe $a + b = c$, oder $b + a = c$, denn die Summe von a und b ist gewiß weder größer noch kleiner als die Summe von b und a, weil nemlich die Summe zweyer Größen nichts anders enthält, als die Menge der in beyden Größen befindlichen Einheiten.

Wer mir aber dieses zugiebt, ist gezwungen auch das folgende mir einzuräumen. Ich behaupte nemlich: daß wenn ich mehrere Größen addiren soll, so kömmt es auf die Ordnung, in der die Größen zusammen addirt werden, gar nicht an.

Gesetzt ich soll a, b und c addiren, so bezeichne ich die Summe durch $a + b + c$, da aber $b + c = c + b$ ist, so ist auch $a + b + c = a + c + b$, aus eben den Gründen ist die Summe auch gleich $c + a + b$ oder $c + b + a$. Man siehet sogleich, daß was ich hier für drey Größen dargethan habe, sich leicht auf mehrere Größen, die addirt werden sollen, anwenden lasse, und daher ist meine Behauptung ganz allgemein richtig. – Durch bestimmte Zahlen, kann man sich dieses noch mehr versinnlichen.

§. 6.

Bisher haben wir die Zahlen oder allgemein die Größen nur als absolut betrachtet, das heißt, wir haben keine andere Beschaffenheiten als die Menge ihrer Einheiten in Betrachtung gezogen. Es ist gewiß, daß 1000 Thlr. Vermögen und 1000 Thlr. Schulden, zwar der Menge der Einheiten nach gleich sind, aber nehmen wir auch Rücksicht darauf, daß die erste Summe Vermögen, die zweyte Schulden waren, so betrachten wir sie in Umständen, worinn die eine der andern entgegengesetzt ist. Wer eine Treppe hinauf steigt, thut doch gewiß grade das Entgegensetzte von dem, was derjenige thut, der sie hinunter steigt. Geld einnehmen und solches ausgeben, sind offenbar zwey entgegengesetzte Handlungen. Nun ist

aber

aber bekannt, daß wer die Vermögensumstände eines Mannes schätzen wollte, sowol das baare Vermögen, als auch die etwanigen Schulden desselben wißen müßte. Aus beiden zieht er das Resultat, der Mann hat so und so viel Vermögen oder Schulden, je nachdem mehr Vermögen oder Schulden vorhanden sind. Hat der Mann 10000 Thlr. baares Vermögen und 3000 Thlr. Schulden, so sagt man, er hat 7000 Thlr. in Vermögen. Hätte er aber nur 3000 Thlr. Vermögen und 10000 Thlr. Schulden, so hieße es, er hätte 7000 Thlr. Schulden.

§. 7.

Aus dem 6 §. erhellet, daß wir Größen von einer Art unter solchen Bedingungen betrachten können, daß eine die andere vermindert. Denn Schulden vermindern das Vermögen, Ausgabe verringert die Einnahme, u. s. w. Auch denke ich nicht, daß jemand im Ernste sagen wird, Schulden und Vermögen, oder Ausgabe und Einnahme wären nicht Größen von Einer Art – dann würde ich fragen: ob ein Thaler den ich im Vermögen habe und den ich schuldig bin, oder ein Thaler den ich einnehme und den ich ausgebe, verschieden wären, und worinn?

§. 8.

Wenn Größen von Einer Art unter solchen Bedingungen betrachtet werden, daß eine die andere vermindert, so nennt man sie Entgegengesetzte. Das Entgegengesetzte der Größen liegt offenbar blos in der entgegengesetzten Beziehung der Größen, nicht in den Größen selbst. Um diese entgegengesetzte Beziehung zweyer Größen auszudrücken, nennt man eine von diesen Größen, welche man will **positiv** oder **bejahend**, die andere, das ist die ihr entgegengesetzte **negativ** oder **verneinend**.

Zusatz. Es hängt gänzlich von Einem ab, welche von beyden man bejahend nennen will. Ausgabe ist eine verneinende Einnahme, und Einnahme kann als eine verneinende Ausgabe angesehen werden.

§. 9.

Positive und negative das heißt entgegengesetzte Größen zu bezeichnen, ist wol nichts passenderes und bequemeres, als die Additions und Subtractions-Zeichen §. 4. Der positiven Größe giebt man das Zeichen + und der negativen das Zeichen —. 800 Thlr. Einnahme und 500 Thlr. Ausgabe kann man also, nachdem festgesetzt worden, daß die Einnahme als positiv angenommen werden soll, ausdrücken, durch + 800 Thaler und — 500 Thaler. Wer die Ausgabe als positiv annimt, wird sich durch Zeichen so ausdrücken — 800 Thlr. und + 500 Thlr. Freylich ist nach der zweyten Voraussetzung die Bezeichnung, grade der ersten entgegengesetzt; allein weiß man ein für allemal, welche Größen jemand als positiv ansieht, so sind die Ausdrücke in Zeichen gewiß nicht schwer und auch ganz bestimmt.

Da es höchst wichtig ist, die deutlichsten Begriffe von den entgegengesetzten Größen zu haben, so sollen die folgenden Paragraphen einige gebräuchliche Redensarten erklären.

§. 10.

+ 17000 Thlr. im Vermögen haben, sagt eben so viel als 17000 Thlr. wirklich besitzen, + 17000 Thlr. Schulden haben, bedeutet nichts anders, als daß man wirklich 17000 Thlr. schuldig ist. Einleuchtend ist es, daß das beystehende Prädicat Vermögen, Schulden, keine Aenderung des eigentlichen Sinns jener Redensart bewirkt, denn mit + 17000 Thlr. Ausgabe oder Einnah-

nähme hat es offenbar dieselbe Bewandniß, und so in jedem andern Fall. Daraus ziehen wir folgenden wichtigen Schluß: daß das Zeichen + welches vor einer Größe stehet, nie den wahren Sinn ändert, daß man sich also eben das würde darunter gedacht haben, wenn auch dieses Zeichen gar nicht davor stünde, und mithin in den Fällen, wo durch Weglaßung dieses Zeichens keine Zweydeutigkeit entstehet, solches der Kürze wegen ganz und gar wegbleiben kann.

§. 11.

-- 17000 Thlr. in Vermögen haben, oder -- 17000 Thlr. besitzen, kann zweyerley bedeuten, je nachdem Vermögen oder Schulden als positiv angesehen wird.

1) Wird das Vermögen positiv genannt, so sind die Schulden negatives Vermögen, und daher kann jener Ausdruck in diesem Fall nichts anders bedeuten, als wirklich 17000 Thlr. Schulden haben.

2) Wird aber das Vermögen negativ genannt, so hat jener Ausdruck keinen andern Sinn als: wirklich 17000 Thlr. Vermögen besitzen.

Hieraus, und aus dem vorigen Paragraphen machen wir wieder eine wichtige Bemerkung, daß nemlich bey dem Gebrauch das Zeichen + keine solche Zweydeutigkeiten, wie das negative Zeichen verursacht. Uebrigens gilt auch hier, daß das Prädicat Vermögen, nichts in dem eigentlichen Sinn des Ausdrucks ändert.

§. 12.

Um daher solche Zweydeutigkeiten, die bey dem Gebrauch des negativen Zeichen vorfallen könnten, auszuweichen, so muß man vorher genau bestimmen, welche

Beschaffenheit bey einer Größe positiv, welche negativ genannt werden soll.

§. 13.

Aus dem 10 §. erhellet, daß + 4 eben so viel bedeutet als 4 ohne das Zeichen +, oder allgemein + a = a und eben so + 1 = 1, das heißt, jede positiv ausgedrückte Zahl ist eine Menge von positiven oder absoluten Einheiten, und unterscheidet sich daher von einer absoluten Zahl in Nichts. Hingegen — 4 ist = — 1. 4, oder allgemein — a = — 1. a, das heißt, eine negativ ausgedrückte Zahl ist eine Menge von negativen Einheiten.

§. 14.

Wer Größen mit einander vergleichen soll, muß sie alle mit einerley Maaß ausmessen; oder dieses Maaß als Einheit angenommen, so heißt vorstehender Satz: Um Größen mit einander vergleichen zu können, muß man sie unter eine Einheit bringen. Uebrigens ist die Einheit willkührlich. Es ist einerley, ob ich sage in diesem Beutel sind 2 Thlr. in jenem 5 Thlr. oder ob ich sage, in diesem sind 48 Gr. und in jenem 120 Gr. das Verhältniß ist immer 2 zu 5.

§. 15.

Also um entgegengesetzte Größen mit einander vergleichen zu können, ist nothwendig sie unter eine Einheit zu bringen. Wir haben zu wählen, und da nehmen wir doch gewiß die Einheit, die uns von Jugend auf schon bekannt ist, daher werden wir die positive wählen, die mit der absoluten Einheit einerley ist. Und diese haben auch alle Mathematiker, um Zweydeutigkeit zu vermeiden, allgemein angenommen. Die negative Einheit ist so wie jede negative Größe, eigentlich eine Einheit oder Größe, die nur negativ ausgedrückt worden, also kann man sagen, eine negative Größe ist eine positive Größe, nur negativ ausgedruckt. §. 8.

Ent-

Entgegengesetzte Größen sind also jede für sich betrachtet, Größen von verschiedener Art, oder solche die verschiedene Nahmen haben, können wenigstens als solche angesehen werden. Sie stehen aber allemal unter einem gemeinschaftlichen Hauptbegrif, und kennen in so fern als Größen von einerley Art betrachtet werden. §. 7.

Steigen und fallen sind beydes Bewegungen; Schulden und wirkliches Vermögen, gehören beyde zu demjenigen, was man den Vermögenszustand eines Menschen nennt.

§. 16.

Da man die Einheit positiv angenommen hat, so sind alle positive Zahlen Mengen dieser Einheit oder Mengen von Theilen dieser Einheit, und die negativen Zahlen sind Mengen des Entgegengesetzten dieser Einheit. §. 15. *Hätte man die Einheit negativ angenommen*, so würden die positiven Zahlen Mengen ihres Entgegengesetzten, und da solches entweder bei positiven oder negativen geschehen muß, so bestätiget dieses abermals, daß es ganz willkührlich ist, bey welchen man es annehmen will.

§. 17.

In diesem § will ich noch etwas weniges von der Zeichensprache erklären.

Erstens: + (−4) ist gleich − 4. Dieses erhellet daraus, daß das Zeichen + den wahren Sinn nicht ändert, §. 10. also muß nach Weglassung der Parenthesen − 4 bleiben.

Zweytens: − (− 4) ist gleich + 4. Denn jener Ausdruck will nichts anders sagen, als man soll das Entgegengesetzte von − 4, das ist + 4 nehmen.

Drittens: $-(+4)$ ist gleich -4. Denn $-(+4)$ bedeutet nichts anders, als von $+4$ das Entgegengesetzte nehmen, das ist -4. Oder allgemein $+(-a) = -a$, und $+(+a)$ ist offenbar $= +a$; $-(-a) = +a$; $-(+a) = -a$, oder $+(+a.b) = +a.b$; $+(-a.b) = -a.b$; $-(+a.b) = -a.b$; $-(-a.b) = +a.b$. Dieses ist auch von folgenden zusammengesetzten Ausdrücken wahr $+(a+b-c) = a+b-c$; $-(+n+m-g-f) = -n-m+g+f$.

Aus allen diesen ziehen wir folgende wichtige Regel: Wenn das positive Zeichen vor mehrern in Parenthesen eingeschlossen Größen stehet, und man läßt die Parenthese weg, so bleiben die Größen mit ihren Zeichen unverändert; da hingegen, wenn das negative Zeichen davor stehet, so verwandeln sich alle Zeichen in den entgegengesetzten.

§. 18.

Diese Eigenschaft des negativen Zeichens ist für uns sehr wichtig, so wie es überhaupt für den Algebraisten wichtig ist, einen in Zeichen vorgegebenen Ausdruck gleich anders ohne Aenderung des Werthes auszudrücken: denn hierin bestehen oftmals seine feinsten Kunstgriffe, und auf diese leichten Verwandlungen der verschiedenen Bezeichnungen gründe ich einen ganz neuen Beweis für die Veränderungsarten entgegengesetzter Größen.

§. 19.

Noch will ich einige Kunstwörter, deren man sich in der Buchstabenrechnung bedient, erklären.

Die algebraischen Größen sind entweder incomplexe oder complexe; das heißt nicht zusammengesetzte (einzelne) oder zusammengesetzte. Incomplexe Größe sind

sind solche, die nicht aus Theilen bestehen, welche durch + und — zusammen verbunden sind, als: $+ a$; $- a . b$; $+ \frac{a}{b}$; $- c$ u. s. w.

Complexe Größen sind solche, die aus mehrern mit dem Zeichen + und — verbundenen incomplexen Größen bestehen, als: $3. a. b + c - d. b + 6. f - \frac{a}{b}$ u. s. w. Jede der einzelnen Größen aus deren Zusammensetzung die complexe Größe entstanden ist, heißt ein Glied, Satz oder Theil der complexen Größe. Die vorstehende complexe Größe hat 5 Glieder.

Da eine incomplexe Größe nur aus einem Gliede besteht, so heißt sie auch eintheilig (Monomium).

Eine complexe oder mehrtheilige Größe, die zwey Glieder hat, heißt zweytheilig (Binomium); die drey Glieder hat, heißt dreytheilig (Trinomium), die vier Glieder hat, heißt viertheilig (Quadrinomium) u. s. w. Hat eine complexe Größe mehr als zwey Glieder, so nennt man sie überhaupt vieltheilig (Polynomium), und man würde sie unendlichtheilig (Infinitinomium) nennen können, wenn sie aus einer unendlichen Menge von Gliedern bestünde. In einer complexen Größe nennt man diejenigen Glieder gleichartig, die aus denselben Buchstaben bestehen, und die gleichvielmal mit einander multiplicirt sind, ohne Rücksicht der Verschiedenheit der Zeichen und der bestimmten Factoren die vor ihnen stehen.

Z. B. in $5abc + df - 6abc - 3bbm - 9df + 7bbm$ sind $5abc$ und $- 6abc$, wie auch $- 3bbm$ und $+ 7bbm$ und auch $+ df$ und $- 9df$ gleichartige Glieder. In der obenstehenden complexen Größe, sind gar keine gleichartigen Glieder befindlich.

Größen Einer Art, heißen Homogen, so wie Größen verschiedener Art, Heterogen genannt werden.

§. 20.

§. 20.

Addition entgegengesetzter Größen.

$$\begin{array}{l}
+\ 7.a - 6.b + 8.c - 3.d - 19.f,\\
+\ 9.a - 10.b + 12.c - 8.d - 3.f,\\
+\ 13.a - 9.b + 13.c - 1.d - 5.f - g\\
+\ 12.a - 1.b + 1.c - 2.d - \quad - 7.g + h - m.p.\\
\hline
+\ 41.a - 26.b + 34.c - 14.d - 27.f - 8.g + h - m.p.
\end{array}$$

Um vorstehende Größen zu addiren, darf man nur die gleichartigen Glieder so wie sie hier unter einander stehen, zusammen zählen, und der Summe das Zeichen der addirten Glieder geben. Denn offenbar ist + 7. a und + 9. a = + 16. a hiezu + 13. a giebt + 29. a und hiezu + 12. a, giebt + 41. a. mit den negativen Gliedern kann man offenbar eben so verfahren, nur daß hier die Summe auch negativ ist.

1. Anmerk. Die bestimmten Zahlen, womit Buchstaben oder allgemeine Zeichen der Größen überhaupt multiplicirt sind, nennt man Coefficienten. So ist bey 17. a der bestimmte Factor 17 der Coefficient von 17. a.

2. Anmerk. Einzelne Größen als + a, − b u. s. w. wobey kein bestimmter Factor stehet, können angesehen werden, als wäre ihr Coefficient 1. denn + a ist gleich, 1. + a und − b = 1. − b = − 1. b.

§. 21.

Vorhin haben wir gleichartige Größen addirt, darinn die gerade untereinander stehenden Glieder einerley Zeichen hatten, und wie wir gesehen haben, so hat eine solche Addition nicht die geringste Schwierigkeit: jetzt wollen wir Fälle betrachten, wo zwar gleichartige Grössen addirt werden sollen, aber nur solche, die verschiedene Zeichen haben. Z. B. Zu + 7 soll − 4 addirt wer-

werden. Um hier das richtige Resultat anzugeben, müssen wir überlegen, daß entgegengesetzte Größen addiren, nicht in dem Sinn des gewöhnlichen Addirens genommen werden kann: denn hier bedeutet Addiren so viel als das Resultat angeben, welches die Vereinigung entgegengesetzter Größen giebt – Der Deutlichkeit wegen könnte man dieses Resultat, welches durch die Vereinigung entgegengesetzter Größen gefunden wird, ihre algebraische Summe nennen. Nun ist aus dem Begriffe, den wir im §. 8. von den entgegengesetzten Größen gegeben haben, klar, daß sobald sie zusammen vereinigt werden sollen, sie sich entweder nur zum Theil oder ganz und gar vernichten (aufheben), also + 7 und – 4 geben zusammen vereinigt + 3, weil hier die kleinere – 4 von der größern + 7, so viel Einheiten vernichtet, als sie selbst hat. Hätte man – 7 und + 4 vereinigen sollen, so hätte man – 3 zum Resultat erhalten: denn die kleinere vernichtet wie vorhin 4 Einheiten in der größern, und es bleiben daher nur – 3 übrig. Will man sich dieses mehr versinnlichen, so setze man + 7, soll 7 Thlr. Vermögen bedeuten, daher bedeutet – 4, 4 Thlr. Schulden, also 7 Thlr. Vermögen und 4 Schulden zusammen vereinigt geben 3 Thlr. Vermögen, oder + 7 und – 4 geben zusammen + 3. 7 Thlr. Schulden und 4 Thlr. Vermögen, geben zusammengenommen 3 Thlr. Schulden, oder $- 7 + 4 = - 3$, in beyden Fällen bemerken wir, daß hier die sogenannte Summe eigentlich der Ueberschuß der größern über der kleinern ist, und also gefunden werden kann, wenn ich die kleinere von der größern abziehe und dem Reste das Zeichen der größern gebe.

Anmerk. Ohne unser Errinnern wird man vielleicht schon aus dem vorhergehenden eingesehen haben, daß algebraische Summen nicht immer einerley mit dem sind, was man arithmetische Summen nennen könnte.

§. 22.

§. 22.

Leichte einfache Beispiele zur Uebung.

No. 1.
$$\begin{array}{llllll}
+5.a & -7.b & -19.n & -9.p & & \\
-3.a & +10.b & +19.n & +p & -10.q & \\
\hline
+2.a & +3.b & 0 & -8.p & -10.q. &
\end{array}$$

No. 2.
$$\begin{array}{llllll}
+3.a & +7.b & -3.c & +4.d & -f & -g \\
+9.a & -2.b & +7.c & +6.d & +f & +g \\
-2.a & +9.b & -8.c & -2.d & \cdot & \cdot \\
-7.a & -3.b & -2.c & +3.d & +7.f & +g. \\
\hline
+3.a & +11.b & -6.c & +11.d & +7.f & +g.
\end{array}$$

Einige Erläuterung ist vielleicht zum bessern Verständniß noch nöthig. Im ersten Beyspiel kömmt vor: $-19.n + 19n = 0$. Offenbar hat der, welcher eben so viel Schulden als Vermögen hat, gar kein Vermögen.

Im zweyten Beyspiele stehen 4 Reihen untereinander. Um nun hier die untereinander stehenden Glieder zu addiren, so muß man erst alle positive und alsdann alle negative Glieder nach §. 20. zusammen zählen. Nun hat man nur noch 2 Reihen zu vereinigen, und dieses geschiehet wie im ersten Beyspiele. Oder man addirt jede zwey nächst übereinander stehende Glieder, wie gelehrt worden, mit ihren Zeichen zusammen, zu dieser Summe nimmt man das nächstfolgende, zu dieser Summe wieder das nächstfolgende u. s. w.

Es braucht wohl kaum errinnert zu werden, daß wenn man die complexen Größen, die addirt werden sollen, untereinander schreibt, man keine andere als gleichartige Glieder gerade untereinander schreiben müsse. Eben dieses gilt auch für die Subtraktion.

§. 23.

Subtraktion entgegengesetzter Größen.

$$\begin{array}{llllll}
+19.a & +10.b & -6.c & -9.d & +e & -f \\
+12.a & +9.b & -5.c & -7.d & +e & -f \\
\hline
+7.a & +1.b & -1.c & -2.d & 0 & 0.
\end{array}$$

In

In dem vorstehenden Exempel, ist die untere complexe Größe von der obern abgezogen, und dieses geschiehet, wenn man ohne Rücksicht auf die Zeichen zu nehmen, die untern Glieder von den obern nach der gewöhnlichen Art subtrahirt, und dem Reste das Zeichen giebt, welches die von einander subtrahirten Glieder haben.

§. 24.

Von einer kleinern Größe eine größere algebraisch zu subtrahiren.

Erster Fall, von + 7 soll + 9 abgezogen werden. Von + 7 kann nicht mehr abgezogen werden, als + 7. Es bleiben daher von der 9 noch + 2 übrig, die nicht abgezogen werden können. Da nun die zu subtrahierende Zahl die andere um so viel Einheiten vermindert, als sie selbst hat, so kann man sie auch als eine Zahl ansehen, die der von der sie subtrahirt werden soll, entgegen gesetzt ist. Hier in diesem Fall kann man — 9 statt + 9 nehmen, und solche zu der andern gegebenen addiren. Denn da nun die zu subtrahirende Zahl, als eine negative Größe angesehen wird, so vernichtet sie bey der Addition eben so viel Einheiten als sie selbst hat, mithin – 9 addiren, oder + 9 subtrahiren, ist gleichgültig. In beyden Fällen muß einerley Resultat kommen, aber + 7 und – 9 geben zusammen – 2, demnach muß auch + 9 von + 7 subtrahirt – 2 geben. Wer 7 Thlr. im Vermögen hat und 9 Thlr. ausgiebt, macht offenbar 2 Thlr. Schulden.

Zweyter Fall. Vom – 7 soll – 9 algebraisch subtrahirt werden, dieses ist eben wieder so viel als – 7 und + 9 addirt, und dieses giebt + 2. Denn eine Größe subtrahiren oder die entgegengesetzte addiren, muß nach den Begriffen der gewönlichen Subtraction und dem Begriffe der Addition entgegensetzter Größen, einerley geben.

§. 25.

§. 25.

Daher wird auch + 3 von − 4 subtrahirt, eben so viel heissen, als − 4 und − 3 addirt, muß also zum Resultat − 7 geben.

Auch − 3 von + 4 subtrahirt, ist einerley mit + 4 und + 3 addirt, kömmt also + 7.

Alle mögliche Fälle die hierbey vorkommen, sind also:

$$\begin{array}{cccccc} +7 & -7 & +8 & -8 & -6 & +5 \\ +4 & -4 & +19 & -19 & +5 & -7 \\ \hline +3; & -3; & -11; & +11; & -11; & +12. \end{array}$$

§. 26.

Wir haben daher um entgegengesetzte Größen von einander zu subtrahiren, folgende leichte Regel: **Man ändere alle Zeichen der zu subtrahirenden Größe und addire.**

Nach dieser Regel ist folgendes Exempel behandelt, das hier für Anfänger zur Uebung stehet.

$$\begin{array}{llllllll} +12.a & -13.b & -8.c & +19.d & +e & -5.f & +3.g & -m \\ +12.a & -13.b & -7.c & +4.d & +7.e & -9.f & -5.g & +7.m \\ \hline 0 & 0 & -1.c & +15.d & -6.e & +4.f & +8.g & +8.m. \end{array}$$

Wenn man nemlich in der zu subtrahirenden Größe die Zeichen verwandelt und addirt, so stehet dasselbe Exempel wie folget:

$$\begin{array}{llllllll} +12.a & -13.b & -8.c & +19.d & +e & -5.f & +3.g & -m \\ -12.a & +13.b & +7.c & -4.d & -7.e & +9.f & +5.g & -7.m. \\ \hline 0 & 0 & c & +15.d & -6.e & +4.f & +8.g & -8.m. \end{array}$$

$$\begin{array}{rllll} \text{von} & +9.a & -5.b & & \\ \text{subtrahirt} & -5.a & +2.b & -c & +g. \\ \hline & +14.a & -7.b & +c & -g. \end{array}$$

In

In dem letztern Exempel ist nach dem vorhergehenden $-5.a+2.b$ richtig subtrahirt, allein nun soll auch noch $-c+g$ subtrahirt werden; da nun keine gleichartigen Glieder da sind, von denen $-c+g$ subtrahirt werden kann, so bleibt hier nichts weiter zu thun, als solche blos der Regel gemäß mit veränderten Zeichen in den Rest hin zu schreiben.

Anmerk. Die Probe der Subtraktion ist wie gewöhnlich.

§. 27.

Multiplication entgegengesetzter Größen.

$+3.+4$ giebt offenbar $+12$, denn unter $+3$ oder $+4$, denkt man sich ja nichts anders, als man sich unter der simpeln 3 oder 4 gedenkt.

-4 mit $+3$ multipliciren, oder $-4.+3$, heißt offenbar nichts anders, als -4 dreymal nehmen, und dieses ist -12.

$+4$ mit -3 *multipliciren*, wäre eben so viel als -3 mit $+4$ zu multipliciren, oder auch $+4$ soll dreymal negativ genommen werden, also ist $+4. \times -3 = -12$.

-4 mit -3 multipliciren, heißt von -4 das Entgegensetzte dreymal nehmen, also $-4.-3=+12$.

Mehr als diese Fälle in Ansehung der Zeichen lassen sich nicht denken, und aus diesen ist zu ersehen, daß:

1) Eine positive Größe mit einer positiven, so wie auch eine negative mit einer negativen, ein positives Produkt giebt.

2) Aber eine positive Größe mit einer negativen, oder eine negative mit einer positiven, ein negatives Produkt giebt.

Diese beyden Regeln drückt man gewöhnlich so aus:

Einerley Zeichen geben plus und verschiedene geben minus.

Ein-

Einfache Exempel zur Uebung.

$+a . +b = +a . b$; $-a . -b = +a . b$;
$-a . +b = -a . b$; $+a . -b = -a . b$.

Anmerk. Nur bey bestimmten Zahlen ist es immer nöthig, ein Zeichen der Multiplication dazwischen zu setzen, wenn man anzeigen will, daß sie miteinander multiplicirt werden sollen, so schreibt man 3. 5 oder 3×5. Wird hier das Zeichen nicht dazwischen gesetzt; so bedeutet es ganz was anders, wie hier 35. Allein Buchstaben erhalten von der Stelle die sie einnehmen, keinen Werth, und man kann daher, um anzuzeigen, daß sie mit einander multiplicirt sind, solche blos neben einander hinschreiben, also statt $+a . b$ schreibt man $+ab$, und $13\ f.g = 13 . f . g$, auch schreibt man lieber $7 . a$ als $a\ 7$. $+5 . a \times +7 . b = +5 . 7 . ab = +35 . ab$; $-13 . c \times . +2 . m = -13 . 2 . m . c = -26 . mc$; 3mal 4 ist offenbar = 4mal 3 oder allgemein $a . b = b . a$ und also $-abc = -acb = -cba = -bca$ u. s. w. Auch $-abcde = -adbec$ u. s. w. oder in Worten; auf die Ordnung der Factoren in der sie multiplicirt werden, kömmt nichts an.

§. 28.

Complexe Größen mit einander zu multipliciren.

Fange von der Rechten oder linken an, (letzteres ist gebräuchlicher) und multiplicire nach und nach jedes Glied des Multiplicandus mit einem Gliede des Multiplicators, schreibe die gefundene Partial oder Theil Produkte so untereinander, daß alle gleichartige Größen untereinander zu stehen kommen, und endlich addire sie zusammen.

Exempel, die diese Regel erläutern.

No. 1.
$$\begin{array}{r} a + b \\ +c \\ \hline ac + bc \end{array}$$

No. 2.
$$\begin{array}{r} a - b \\ +c \\ \hline ac - bc \end{array}$$

No. 3.
$$\begin{array}{rrr} a & +b & \\ a & +b & \\ \hline aa & +ab & \\ & +ab & +bb \\ \hline aa & +2ab & +bb \end{array}$$

No. 4.
$$\begin{array}{l} a + b \\ a - b \\ \hline aa + ab \\ \quad - ab - bb \\ \hline aa \quad - \quad bb \end{array}$$

No. 5.
$$\begin{array}{l} a - b \\ a - b \\ \hline aa - ab \\ \quad - ab + bb \\ \hline aa - 2ab + bb. \end{array}$$

No. 6.
$$\begin{array}{l} 6a - 7b - 8c \\ 2a - 3b + 4c \\ \hline 12aa - 14ab - 16ac \\ \quad - 18ab \qquad\qquad + 21bb + 24bc \\ \qquad + 24ac \qquad\qquad - 28bc - 32cc \\ \hline 12aa - 38ab + 8ac + 21bb - 4bc - 32cc. \end{array}$$

N. 7.
$$\begin{array}{l} aa + 2ab + bb \\ a + b \\ \hline aaa + 2aab + abb \\ \quad + aab + 2abb + bbb \\ \hline aaa + 3aab + 3abb + bbb \end{array}$$

No. 8.
$$\begin{array}{l} aa - 2ab + bb \\ a - b \\ \hline aaa - 2aab + abb \\ \quad - aab + 2abb - bbb. \\ \hline aaa - 3aab + 3abb - bbb. \end{array}$$

Der Kürze wegen ist vor das erste Glied linker Hand, das + Zeichen weggelassen worden.

§. 29.

Division entgegengesetzter Größen.

+ 24 durch + 3 zu dividiren, leidet keinen Anstand, da dieses eben so viel ist als $\frac{24}{3}$, der Quotient ist also + 8.

+ 24 durch − 3 dividirt, giebt − 8, denn mit einer negativen Größe in einer positiven zu dividiren, heißt eine Zahl finden, die mit den Divisor multiplicirt, den Dividendus giebt, also kann der Quotient kein anderer als − 8 sein.

− 24 durch + 3 dividirt, giebt − 8 aus eben der Ursache.

– 24 durch – 3 dividirt, giebt + 8 aus eben der Ursache.

Auch hier haben wir also, wie bey der Multiplication die kurze Regel.

Einerley Zeichen geben + verschiedene geben –

§. 30.
Einfache Exempel zur Uebung.

$$\frac{+24.a}{+6.a} = +4; \quad \frac{-9.b}{+3.b} = +3; \quad \frac{+27\,n}{-9.n} = -3;$$

$$\frac{-30.p}{+5.} = -6p; \quad \frac{-3.a}{-3.a} = +1; \quad \frac{+7.b}{-7.b} = -1;$$

$$\frac{-13.q}{+13.q} = -1; \quad \frac{-15.mnp}{+3.mp} = -5n; \quad \frac{-8.r}{+r} = -8;$$

$$\frac{-25.abc}{-5.abc} = +5; \quad \frac{+36.q}{-q} = -36.$$

§. 31.
Complexe Größen mit einfachen und Complexen zu dividiren.

Da die Buchstaben von der Stelle keinen Werth bekommen, so ist es in so fern gleichgültig, mit welchem Gliede des Divisors man in irgend ein beliebiges Glied des Dividendus dividiren will; allein um Irrung zu vermeiden, ist es wohlgethan, wenn man den Dividendus und Divisor nach einerley in ihnen befindlichen Buchstaben ordnet, so daß im Divisor wo möglich gleichartige Glieder in eben der Ordnung auf einander folgen, als im Dividendus – dieses vorausgesetzt, so darf man nur mit dem ersten Gliede des Divisors in dem ersten des Dividendus dividiren, mit den Quotienten den ganzen Divisor multipliciren, und dieses Produkt von Dividendus abziehen; in diesen Rest dividirt man wieder wie vorhin, und jede der folgenden Operationen ist wieder wie die erste, bis endlich alles aufgeht oder ein Rest bleibt, der kleiner als der Divisor ist.

§. 32.

Exempel zur Erläuterung vorstehender Regel:

Divisor	Dividendus	Quotient
$c,$	$cg + m.c - r.c$	$g + m - r$
	cg	
	Rest $+ mc - rc$	
	$+ mc$	
	Rest $- rc$	
	$- rc$	
	Rest 0	

Divisor	Dividendus	Quotient
$a + b$	$aa + 2ab + bb$	$a + b$
	$aa + ab$	
	Rest $+ ab + bb$	
	$+ ab + bb$	
	Rest 0	

Divisor	Dividendus	Quotient
$a - b$	$aa - 2ab + bb$	$a - b$
	$aa - ab$	
	Rest $- ab + bb$	
	$- ab + bb$	
	Rest 0	

Divisor	Dividendus	Quotient
$aa + 2ab + bb$	$aaa + 3aab + 3abb + bbb$	$a + b$
	$aaa + 2aab + abb$	
	Rest $+ aab + 2abb + bbb$	
	$+ aab + 2abb + bbb$	
	Rest 0	

Divisor		Dividendus	Quotient
2a − 3b		4ac --- 6bc --- 4ad + 6bd	2c --- 2d
		4ac --- 6bc	
	Rest	--- 4ad + 6bd	
		--- 4ad + 6bd	
	Rest	0	

Divisor		Dividendus	Quotient
2xx-3ax+4aa		12xxxx--32axxx+61aaxx--52aaax+32aaaa	6xx--7ax+8aa
		12xxxx--18axxx+24aaxx	
	Rest	--14axxx+37aaxx--52aaax+32aaaa	
		--14axxx+21aaxx--28aaax	
	Rest	+16aaxx--24aaax+32aaaa	
		+16aaxx--24aaax+32aaaa	
	Rest	0	

Divisor		Dividendus	Quotient
6x-7a-8b		12xx-32ax+8bx+21aa-4ab-32bb	2x-3a+4b
		12xx-14ax--16bx	
	Rest	-18ax+24bx+21aa-4ab-32bb	
		-18ax +21aa+24ab	
	Rest	+24bx -28ab-32bb	
		+24bx -28ab-32bb	
	Rest	0	

Divisor		Dividendus	Quotient
3x+4a-5b		9xx--16aa+40ab--25bb	3x--4a+5b
		9xx+12ax--15bx	
	Rest	--12ax+15bx--16aa+40ab--25bb	
		--12ax --16aa+20ab	
	Rest	+15bx +20ab--25bb	
		+15bx +20ab--25bb	
	Rest	0.	

Die

Diese Divisions-Exempel werden Anfängern keine Schwierigkeit machen, wenn sie nur Gedult genug haben, Schritt vor Schritt dem Verfasser nachzurechnen.

§. 33.

Mit den sogenannten vier Species wären wir fertig, allein da die Rechnung mit den entgegengesetzten Größen Anfängern gewöhnlich viele Schwierigkeiten macht, so wird es für nicht überflüßig angesehen werden, wenn ich hier auf ein paar Seiten ganz kurz auf eine ganz neue Art die Richtigkeit dieser Operationen darthue.

Addition.

Zu $+a$, $+b$ zu addiren, zeigt man so an $+a+(+b)$; zu $-a$, $+b$ zu addiren, wird so angezeigt $-a+(+b)$ zu $+a$, $-b$, und zu $-a$, $-b$ zu addiren wird so angezeigt $+a+(-b)$; $-a+(-b)$; Es ist aber $+a+(+b)=+a+b$; $-a+(+b)=-a+b=+b-a$; $+a+(-b)=+a-b$; $-a+(-b)=-a-b$ Siehe §. 17. No. 1 Also zwey Größen von verschiedenen Zeichen addirt, vermindern einander. §. 21. und wer solche zwey Größen zu addiren weiß, dem können mehrere keine Schwierigkeiten verursachen §. 21.

Subtraktion.

$$\frac{\begin{matrix}+a\\+b\end{matrix}}{+a-(+b);}\qquad\frac{\begin{matrix}+a\\-b\end{matrix}}{+a-(-b);}\qquad\frac{\begin{matrix}-a\\+b\end{matrix}}{-a-(+b);}\qquad\frac{\begin{matrix}-a\\-b\end{matrix}}{-a-(-b).}$$

Mehr Fälle in Betracht der Zeichen giebt es nicht, die Subtraktion, die geschehen soll, habe ich unter dem Striche blos angezeigt. Nun ist aber nach dem §. 17. No. 2. und 3. $a-(+b)=a-b$; $+a-(-b)=a+b$; $-a-(+b)=-a-b$; $-a-(-b)=-a+b=b-a$. bestättiget also ganz allgemein, was darüber in §. 22. bis 26. gesagt worden ist.

Multiplication.

Daß $+a. + b = + ab$ ist, daran wird keiner zweifeln, aber ob $+a. - b = - ab$ ist? Dieses zu beweisen, verfahre ich so: $- b$ ist gleich $- (+b$. §. 17. No. 3. also $+a. - b = +a - (+b) = - (+b). + a$, dieser letzte Ausdruck will sagen, was in Klammern eingeschlossen ist, soll mit $+ a$ multiplicirt werden, multiplicirt man daher wirklich, so erhält man $- (+ab)$, dieser Ausdruck ist aber $= - ab$.

Eben so beweise ich, daß

$- a. + b = - (+a). + b = - (+ab) = - ab$, und $- a. - b = - (+a). - b = - (- ab) = + ab$ ist.

Division.

Es ist wieder kein Streit, daß $\frac{+a}{+b} = + \frac{a}{b}$ ist.

und $\frac{-a}{+b} = \frac{-1. +a}{+b} = -1. \frac{+a}{+b} = -1. + \frac{a}{b} = - \frac{a}{b}$;

und $\frac{+a}{-b} = \frac{-1. +a}{-1. -b} = \frac{-a}{+b}$ und dieses ist gleich $- \frac{a}{b}$

$\frac{-a}{-b} = \frac{-1. +a}{-1. +b} = \frac{+a}{+b} = + \frac{a}{b}$.

§. 34.

Aus denselben Gründen, sind auch folgende Ausdrücke einander gleich.

$a - (b + c - d) = a - b - c + d$;

$(6m - 5n) - (7m + 5d - 5n) = 6m - 5n - 7m - 5d + 5n = - m - 5d$.

$\frac{a-b}{c-d} = \frac{-1. (a-b)}{-1. (c-d)} = \frac{-a+b}{-c+d} = \frac{b-a}{d-c}$.

Ich will hier diese Beyspiele nicht häufen, da sich in der Folge oft genung noch Gelegenheit finden wird, dem Anfänger welche zu geben:

§. 35.

Ich setze, wie schon gesagt, bey meinen Lesern, hinlängliche Kenntnisse der gemeinen Arithmetik voraus, daher ich hier nur sehr wenig von den Brüchen sagen werde. Es sey ganz allgemein der Zähler eines Bruchs a, der Nenner b, so ist der Bruch selbst $\frac{a}{b}$. Wenn $a < b$ ist, so ist $\frac{a}{b}$ ein ächter oder eigentlicher Bruch, ist aber $a = b$ oder $a > b$, so ist er ein unächter oder uneigentlicher Bruch. Stellt man sich unter a oder b, oder unter beyden zugleich Brüche vor, so hat man einen gebrochenen Bruch. Sieht man den Zähler a als das Dividendum, den Nenner b als Divisor, so stellt $\frac{a}{b}$ den Quotient dar, den a durch b dividirt giebt.

§. 36.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren.

Man multiplicire den Zähler oder dividire den Nenner, mit der ganzen Zahl.

Beweis.

Erster Theil. Der Zähler eines Bruchs zeigt an, wie viel dergleichen Theile vom Ganzen, als der Nenner angiebt, genommen worden sind, wird nun der Zähler mit einer ganzen Zahl multiplicirt, so wird der Zähler offenbar um so vielmal größer, als die Zahl anzeigt, und also auch der Bruch selbst so vielmal größer.

Zweyter Theil. Der Nenner zeigt an, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt ist, wird nun der Nenner dividirt, so wird er dadurch um so vielmal kleiner als die Zahl, womit er dividirt worden, anzeigt. Mithin wird nun dasselbe Ganze in so vielmal weniger Theile getheilt, und daher auch der Bruch um so vielmal größer.

3. Beyspiel: $\frac{7}{8} \cdot 3 = \frac{7 \cdot 3}{8} = \frac{21}{8}$;
und $\frac{15}{34} \cdot 2 = \frac{15}{34 : 2} = \frac{15}{17}$;
Allgemein: $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b} = \frac{a}{b : n}$;

Es ist $\frac{a}{b} \cdot n = n \cdot \frac{a}{b}$, das heißt, es kommt einerley heraus, ob ich einen Bruch mit der ganzen Zahl, oder die ganze Zahl mit dem Bruch multiplicire.

§. 37.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu dividiren.

Man dividire den Zähler, oder man multiplicire den Nenner mit der ganzen Zahl.

Beweis.

Erster Theil. Wenn der Zähler mit einer ganzen Zahl dividirt wird, so wird er um so vielmal kleiner als die Zahl, womit man dividirt hat, anzeigt, und eben darum auch der Bruch.

Zweyter Theil. Wird der Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicirt, so wird er um so vielmal größer als diese Zahl anzeigt, und also wird das Ganze, welches der Nenner theilt, in so vielmal mehr Theile getheilt, daher der Bruch auch um so vielmal kleiner wird.

Zum Beyspiel: $\frac{9}{11} : 3 = \frac{9 : 3}{11} = \frac{3}{11}$;
und $\frac{7}{9} : 5 = \frac{7}{9 \cdot 5} = \frac{7}{45}$;
Allgemein: $\frac{a}{b} : n = \frac{a : n}{b} = \frac{a}{b \cdot n}$.

Anmerkung. Aus §. 36 und 37. erhellet, daß der Zähler und Nenner eines Bruchs ohne seinen Werth zu ändern, beyde zugleich mit einer beliebigen Zahl multiplicirt, oder dividirt werden können.

Denn durch die Multiplication des Zählers wird der Bruch um eben so vielmal größer, als er durch Multiplication des Nenners kleiner geworden ist. Und

durch die Division des Nenners wird der Bruch grade wieder um so vielmal größer, als er durch die Division des Zählers kleiner geworden war.

§. 38.

$\frac{7}{8}$ ist also eben so viel als $7 . \frac{1}{8}$ oder $\frac{1}{8} . 7$, allgemein $\frac{a}{b} = a . \frac{1}{b} = \frac{1}{b} . a$. also mit einem Bruch, dessen Zähler Eins ist, multipliciren, heißt mit dem Nenner dividiren.

§. 39.

Einen Bruch mit einem Bruch zu multipliciren.

Multiplicire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

Beweis.

$$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a}{b} . c . \frac{1}{d} = \frac{ac}{b} . \frac{1}{d} = \frac{ac}{b} : d \text{ (§. 38.)}$$
$$= \frac{ac}{bd} \text{ (§. 37.)}$$

Diese Schlüsse in Zeichen, will ich dem Anfänger zur Uebung überlassen, in Worte zu übersetzen.

Zum Beyspiel: $\frac{3}{4} . \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$.

§. 40.

Einen Bruch mit einem Bruch zu dividiren.

Kehre den Divisor um und multiplicire.

Beweis.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} : c . \frac{1}{d} = \frac{a}{bc} : \frac{1}{d} \text{ (§. 37.)} = \frac{a . d}{bc}$$
$$= \frac{a}{b} . \frac{d}{c}.$$

Denn mit einem Bruch, dessen Zähler Eins ist, dividiren, ist eben so viel als mit dem Nenner multipliciren, weil hier der Quotient so vielmal größer werden muß, als der Divisor kleiner als Eins ist.

Beyspiele: $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} . \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$.

§. 41.

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{b} = \frac{a+c+d}{b}$; in Zahlen $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{3+5+7}{8} = \frac{15}{8}$; Eben so: $\frac{a}{b}$ --- $\frac{c}{d} = \frac{a-c}{b}$; in Zahlen $\frac{5}{6}$ --- $\frac{3}{6} = \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6}$.

Hieraus erhellet, daß, um Brüche von gleichem Nenner zu addiren oder zu subtrahiren, man nur nöthig hat, die Zähler zu addiren oder zu subtrahiren, und die Summe oder Rest mit dem gemeinschaftlichen Nenner zu dividiren.

§. 42.

Brüche von verschiedenen Nenner auf einerley Benennung zu bringen, das heißt, ihnen alle ohne Aenderung ihres Werthes gleiche Nenner zu geben.

Allgemeine Regel. Man multiplicire jedes Bruchs Zähler und Nenner in dem Produkte der übrigen Nenner.

Zum Beyspiel: $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$; $\frac{a}{b} = \frac{a.df}{b.df}$; $\frac{c}{d} = \frac{c.bf}{d.bf}$ $\frac{e}{f} = \frac{e.bd}{f.bd}$, eben so verfährt man, wenn mehre Brüche da sind, in Zahlen $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{11}$, da ist $\frac{3}{4} = \frac{3.3.11}{4.3.11} = \frac{99}{132}$; $\frac{2}{3} = \frac{2.4.11}{3.4.11} = \frac{88}{132}$; $\frac{7}{11} = \frac{7.4.3}{11.4.3} = \frac{84}{132}$;

Der Beweis hievon fällt von selbst in die Augen und beruhet auf §. 37. Anmerkung.

§. 43.

Brüche von verschiedenen Nennern zu addiren oder zu subtrahiren.

Bringe sie auf einerley Benennung, und addire oder subtrahire sie als wie Brüche von gleichem Nenner.

$$\frac{n}{m} + \frac{p}{q} + \frac{r}{s} + \frac{a}{b} = \frac{n.qsp}{m.qsp} + \frac{p.msb}{q.msb} + \frac{r.mqb}{s.mqb}$$
$$+ \frac{a.mqs}{b.mqs} = \frac{mqsb + pmsb + rmqb + amqs}{bmqs}$$, in Zahlen $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$
$+ \frac{7}{11} = \frac{99+88+84}{132} = \frac{271}{132}$.

$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ad - cb}{bd}$; in Zahlen $\frac{7}{8}$ —
$\frac{5}{9} = \frac{7.9}{8.9} - \frac{5.8}{8.9} = \frac{63-40}{72} = \frac{23}{72}$.

§. 44.

Nun werden auch folgende Ausdrücke verständlich seyn.

$a + \frac{c}{d} = \frac{ad}{d} + \frac{c}{d} = \frac{ad+c}{d}$; in Zahlen $3 + \frac{5}{9}$
$= \frac{3.9}{9} + \frac{5}{9} = \frac{27+5}{9} = \frac{32}{9}$;

Man kann also eine ganze Zahl nebst einem Bruch zusammen in einen unächten Bruch verwandeln, wenn man die ganze Zahl in den Nenner des Bruchs multiplicirt, den Zähler hiezu addirt, und diese Summe dem Nenner des Bruchs zum Nenner giebt.

§. 45.

Gemischte Zahlen, nemlich ganze Zahlen mit daranhängenden Brüchen zu multipliciren, geschiehet entweder, daß man die gemischten Zahlen in unächte Brüche verwandelt, oder jeden Theil nach und nach multiplicirt.

Zum Beyspiel: $\left(a + \frac{n}{m}\right).b = \frac{am+n}{m}.b = \frac{nmb+nb}{m}$

oder auch $\left(a + \frac{n}{m}\right).b = ab + \frac{nb}{m}$;

$$\left(a + \frac{n}{m}\right)\left(b + \frac{q}{r}\right) = \left(\frac{am+n}{m}\right)\left(\frac{br+q}{r}\right) = \frac{(am+n)(br+q)}{m.r}$$
$= \frac{ambr + nbr + amq + qn}{mr}$. In Zahlen: $5\frac{3}{7}.3 = \frac{35+3}{7}.$
$3 = \frac{38}{7}.3 = \frac{114}{7}. = 16\frac{2}{7}$

oder

oder $5\frac{3}{7}\cdot 3 = 15\frac{9}{7} = 16\frac{2}{7}$:

$7\frac{4}{5}\cdot 2\frac{2}{3} = \frac{39}{5}\cdot\frac{8}{3} = \frac{39.8}{5.3} = \frac{312}{15} = 20\frac{12}{15}$.

$$\begin{array}{l} a + \frac{n}{m} \\ \quad b + \frac{q}{r} \\ \hline ab + \frac{nb}{m} \\ \qquad\qquad + \frac{a.q}{r} = \frac{n.q}{m.r} \\ \hline ab + \frac{nb}{m} + \frac{a.q}{r} + \frac{n\,q}{m.r}. \end{array}$$

Diese letzte Art, gemischte Zahlen mit einander zu multipliciren, kann da mit Vortheil angebracht werden, wo es sich trift, daß die Nenner der dabey befindlichen Brüche grade in den ganzen Zahlen aufgehen.

Zum Beyspiel: $24\frac{5}{7}\cdot 21\frac{3}{8} = 24.21. + \frac{5.21}{7} + \frac{24.3}{8} + \frac{3.5}{8.7} = 504 + 15 + 9 + \frac{15}{56} = 528.$

§. 46.

Gemischte Zahlen mit einander zu dividiren.

Verwandle sie in unächte Brüche und dividire diese nach §. 40.

Beyspiele: $\left(a + \frac{c}{q}\right) : n = \frac{ab+c}{b} : n = \frac{ab+c}{bn}$.

$\left(r + \frac{q}{p}\right) : \left(m + \frac{c}{g}\right) = \frac{rp+q}{p} : \frac{mg+c}{g} = \frac{rp+q}{p}\cdot\frac{g}{mg+c}$ $= \frac{grp+gq}{pmg+pc}$. In Zahlen, $5\frac{3}{7} : 2 = \frac{38}{7} : 2 = \frac{38:2}{7} = \frac{19}{7}$; $2\frac{3}{8} : 7\frac{2}{5} = \frac{19}{8} : \frac{37}{5} = \frac{19}{8}\cdot\frac{5}{37} = \frac{95}{296}$; $6\frac{3}{7} : 3 = 2\frac{1}{7}$.

§. 47.

Es giebt noch manche Verkürzung bey diesen Rechnungen, die aber nur in einer vollständigen Anweisung zur Rechenkunst ihren Platz finden. Ich werde gelegent-

gentlich immer noch mehrere anzeigen, als. z. B. Brüche unter einerley Benennung zu bringen, oder welches einerley ist, einen allen Brüchen gemeinschaftlichen Nenner zu finden, (die Rechenmeister sagen den Generalnenner suchen) ist nach der in §. 42. gegebenen Auflösung öfters äußerst weitläuftig. Man habe z. B. folgende Brüche zu addiren.

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{g}{h} + \frac{r}{bd} + \frac{n}{hc} + \frac{f}{qc}$, so sind nach den §. 42. diese Brüche $= \frac{a.\ dhbdhcqc}{bdh+bdhcqc} + \frac{c.\ bhbdhcqc}{d.\ bhbdhcqc} +$

$$\frac{g.\ bdbdhcqc}{h.\ bdbdhcqc} + \frac{r.\ bdhhcqc}{bd.bbhhcqc} + \frac{n.\ bdhbdqc}{hc.bdhbdqc} + \frac{f.\ bdhbdhc}{qc.\ bdhbdhc}.$$

Sind auch nur die Zahlen b, d, h, c, q keine andere als zweyziffrichte, so wird doch hier der Generalnenner schon ziemlich groß werden.

Da der Generalnenner eine Zahl seyn muß, worinn alle Nenner der gegebenen Brüche aufgehen, so darf man, um die Rechnung zu verkürzen, folgendes überlegen. In dem Generalnenner h b d b d h c q c, kommen die Factoren b, d, h, c doppelt vor, ließe man sie einmal weg, so bliebe h c q b d, und in diesem Produkte gehen auch noch alle Nenner auf, daher hat h c q b d schon die erforderliche Eigenschaft eines Generalnenners, und dieser wird gefunden, wenn man die Nenner wie folget neben einander schreibt, von denjenigen, die öfters vorhanden sind, nur einen beibehält, die übrigen dividirt man mit einem gemeinschaftlichen Factor, und das Product aller dieser gemeinschaftlichen Factoren und der Quotienten ist der gesuchte kleinste Generalnenner.

b) b, d, h, bd, hc, qc.
a) 1, d, h, d, hc, qc
c) 1, h, d, hc, qc
1, 1, d, c, qc
1, 1, d, 1, q, also bhcdq der gesuchte Generalnenner

Ein

Ein Beyspiel in Zahlen.

$\frac{7}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{18}$.

3)	9,	12,	6,	15,	18
2)	3,	4,	2,	5,	6
	3,	2,	2,	5,	3,

also der Generalnenner = 3.2.2.5.3 = 180.

Um nun mehrere Brüche bequem zu addiren, so schreibe man sie alle untereinander, den Generalnenner darüber, dividire mit allen Nennern in Generalnenner, und den Quotienten schreibe man neben jeden Bruch, nachher multiplicire man jeden Quotienten mit dem Zähler des Bruchs, so erhält man neue Zähler. Diese zusammen addirt, und mit dem Generalnenner dividirt, giebt die Summe aller Brüche.

bcdhq		
$\frac{a}{b}$	cdhq	acdhq
$\frac{c}{d}$	bchq	cbchq
$\frac{g}{h}$	bcdq	gbcdq
$\frac{r}{bd}$	chq	rchq
$\frac{n}{hc}$	bdq	nbdq
$\frac{f}{qc}$	bdh	fbdh

Der Grundton ist leicht einzusehen. Jeder der untereinander geschriebenen Brüche ist gleich einem Bruche, dessen Zähler der in der 3ten Spalte neben ihm befindlichen, und dessen Nenner der Generalnenner ist; z. B. der Bruch $\frac{g}{h} = \frac{gbcdq}{bcdhq}$ u. s. w.

Also die Summe =

$$\frac{acdhq + cbchq + gbcdq + rchq + nbdq + fbdh}{bcdhq}$$

In Zahlen:

180		
$\frac{7}{9}$	20	140
$\frac{11}{12}$	15	165
$\frac{1}{6}$	30	30
$\frac{7}{15}$	12	84
$\frac{5}{18}$	10	50

$\frac{469}{180} = 2\frac{109}{180}$.

	72		
Von	$\frac{7}{8}$	9	60
Subtr.	$\frac{19}{36}$	2	38
			$\frac{25}{72}$

§. 48.

§. 48.

Die größte Geschicklichkeit des Algebraisten bestehet zum Theil auch mit darin, zusammengesetzte Ausdrücke, in ihre Factoren aufzulösen. Z. B.

$4x^2 - 4bx + b^2 = (2x-b)(2x-b)$ $3a + ab + a = 3a + ab + 1.a = a(3+b+1) = a(4+b)$;

$mn - bn + n = n(m-b+1)$.

Daher $\frac{a^2-x^2}{a-x} = \frac{(a+x)(a-x)}{a-x} = a+x$;

Noch bemerke man, daß, wenn bestimmte Zahlen mit einander multiplicirt und dividirt werden sollen, es öfters sehr vortheilhaft ist, sie nur als Factoren und Divisoren neben einander hinzuschreiben, und alsdann gegen einander aufzuheben, was sich aufheben läßt. Z. B. 3.4.16.38 soll dividirt werden, mit 6.8.19 giebt $\frac{3.4.16.38}{6.8.19} = 2.2.2 = 8$.

§. 49.

Um doch auch schon hier zu zeigen, wie öfters die Algebra bey Specialfällen Vortheile im Berechnen zeigt, so will ich noch folgendes mittheilen.

1) $\frac{a}{b} + \frac{a}{d} = \frac{ad+ab}{bd} = \frac{a(b+d)}{bd}$;

2) $\frac{a}{b} - \frac{a}{d} = \frac{ad-ab}{bd} = \frac{a(d-b)}{bd}$.

In Worten ausgedrückt, heißen jene Formeln.

Um zwey Brüche von gleichem Zähler zu addiren oder zu subtrahiren, darf man nur die Summe oder Differenz der beyden Nenner mit dem Zähler eines Bruchs multipliciren.

Z. B. $\frac{36}{37} + \frac{36}{67} = \frac{(37+67)36}{37.67} =$

$\frac{45}{49} - \frac{45}{50} = \frac{45.(50-49)}{49.50} = \frac{45}{49.50} = \frac{9}{49.10} = \frac{9}{490}$.

Der Analyst verschaft sich auch dadurch öfters große Vortheile, daß er statt der Zahlen selbst, lieber ih-

ihren Unterschied in Rechnung bringt. Z. B. statt $\frac{a}{f} - \frac{c}{g}$ schreibe man hier $f - a = d$ und $g - c = \delta$, so ist $f = a + d$ und $g = c + \delta$, also statt jener Brüche sind diese $\frac{a}{a+d} - \frac{c}{c+\delta} = \frac{ac + \delta a - ac - cd}{(a+d)\,(c+\delta)} = \frac{\delta a - dc}{(a+d)\,(c+\delta)}$. Dies giebt folgende Regel:

Suche die Differenz des Zählers und Nenners jedes Bruchs, das Product des zweyten Bruchs zähle in die Differenz des ersten Bruchs, ziehe ab von dem Producte des ersten Bruchs Zähler in der Differenz des zweyten Bruchs. Dieser Rest ist der Zähler, der Nenner ist das Product beyder Nenner.

Beyspiele in Zahlen: $\frac{67}{74} - \frac{85}{93} = \frac{8.67. - 7.85}{74.93} = \frac{536 - 595}{74.93} = \frac{-59}{74.93}$.

Diese Regel ist wirklich in der Ausübung sehr brauchbar, und einige Uebung wird nur erfordert, um nach jener Regel geschwind zu rechnen. Jene Regel wird auch dem Gedächtniße noch leichter einzuprägen, wenn man überlegt, daß man die Differenzen der Zähler und Nenner, ganz so gebraucht, als wenn sie die Nenner wären, und nun die Brüche auf einerley Benennung bringt, und also die eigentlichen Nenner nicht weiter gebraucht, als um den Nenner des Restes zu bestimmen.

Z. B. statt $\frac{a}{a+d} - \frac{c}{c+\delta}$ betrachte ich blos $\frac{a}{d} - \frac{c}{\delta}$ finde hieraus den Zähler $= a\delta - cd$ und setze $(a + d)\,(c + \delta)$ als Nenner darunter.

So sieht man, wie leicht der Analyst auf Erfindungen kömmt, die der empirische Rechenmeister als große Geheimniße seiner Kunst ansieht.

§. 50.
Etwas weniges von Potenzen.

Ein Product aus lauter gleichen Factoren, nennt man die Potenz eines dieser gleichen Factoren. Die Anzahl der gleichen Factoren heißt der Grad der Potenz, und einen der gleichen Factoren nennt man die Wurzel dieser Potenz. So ist aaaaa eine Potenz von 5 Grade von der Wurzel, a statt aaaaa schreibt man kürzer a^5, die kleine oben hingeschriebene Ziffer, die die Zahl der gleichen Factoren angiebt, heißt der Exponent der Potenz. Also bedeutet a^n, daß 12 gleiche Factoren jeder gleich a mit einander sind multiplicirt worden; a ist die Wurzel n der Exponent und a^n die Potenz; a^n wird gelesen a in der n^{ten} Potenz, oder die Potenz des n^{ten} Grades von der Wurzel a, auch a in der n^{ten} Dignität.

$a.a = a^2$ heißt die 2te Potenz von a oder a Quadrat.

$aaa = a^3$ heißt die 3te Potenz von a oder a Cubus.

$aaaa = a^4$ heißt die 4te Potenz von a oder a Biquadrat.

Nur diese drey Potenzen haben bey den neuern Analysten die hier angezeigten Namen behalten, so wird a^5 nicht anders als a in der 5ten Potenz, oder die 5te Potenz von a, gelesen; a^2 und a^3 haben ihre Namen aus der Geometrie entlehnt. Nicht mehr ist zum Verständniß dieses ersten Heftes von Potenzen zu wissen nöthig, und wende mich daher zu der wichtigen Lehre von den Decimalbrüchen.

§. 51.
Von den decimal oder zehntheiligen Brüchen.

Ein Bruch, dessen Zähler jede Zahl seyn kann, der aber zum Nenner 10, oder 100, oder 1000, oder 10000, 100000 u. s. w. kurz eine Eins mit lauter nach einander folgenden Nullen hat, heißt ein Decimalbruch.

Der-

Dergleichen ist z. B. $\frac{7}{10}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{3}{1000}$ $\frac{314}{100}$; $\frac{847}{100000}$; $\frac{72}{10000000}$; u. s. w.

Anmerk. Da $10 = 10^1$; $100 = 10^2$; $1000 = 10^3$; $10000 = 10^4$ u. s. w. so ist klar daß eine Eins mit lauter nach einander folgenden Nullen, eine Potenz von 10 bedeutet, und daher kann man auch sagen, ein Decimalbruch ist ein Bruch, dessen Zähler jede Zahl seyn kann, und dessen Nenner eine Potenz der 10 ist.

§. 52.

Es sey ganz allgemein, daß a und n ganze Zahlen sind, so ist $\frac{a}{10^n}$ der allgemeinste Ausdruck eines Decimalbruchs. Erwägen wir diesen Ausdruck genau, so werden wir finden, daß die ganze Zahl a, zehnmal, hundertmal, tausendmal u. s. w. kleiner wird, je nachdem $n = 1, 2, 3,$ u. s. w. gesetzt wird.

Kehren wir die Ordnung um, und lassen n statt immer um Eins zu zunehmen, immer um Eins abnehmen, so wird auf solche Art der folgende Decimalbruch, bey unveränderter Größe a, auch um 10mal größer als der nächst vorhergehende seyn.

Z. B. Es sey $a = q$, und n werde nach und nach gleich 1, 2, 3 u. s. w. so haben wir folgende Decimalbrüche $\frac{9}{10^1}$; $\frac{9}{10^2} = \frac{9}{100}$; $\frac{9}{10^3} = \frac{9}{1000}$ u. s. w. und hier ist offenbar der folgende Decimalbruch immer zehnmal kleiner als der nächst vorhergehende.

Setzen wir aber n anfangs gleich 3, und dann gleich 2 und nachher gleich 1, so folgen die Brüche so auf einander: $\frac{9}{1000}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{9}{10}$, offenbar ist hier der folgende immer zehnmal größer als der nächst vorhergehende.

Ganz allgemein liesse sich dieses so darthun.

Von denen beyden Decimalbrüchen $\frac{a}{10^n}$ und $\frac{a}{10^{n+1}}$ ist der zweyte zehnmal kleiner als der erste. Denn 10^{n+1} ist eben so viel als eine Eins mit $n+1$ Nullen, also hat der Nenner 10^{n+1} eine Null mehr als 10, und daher ist jener auch 10mal größer, als dieser Nenner, folglich auch der Quotient oder Bruch $\frac{a}{10^{n+1}}$ zehnmal kleiner als $\frac{a}{10^n}$.

Der nächst vorhergehende Bruch von $\frac{a}{10^n}$ ist $\frac{a}{10^{n-1}}$ denn der nächst vorhergehende muß im Nenner eine Null weniger haben, also zehnmal kleiner seyn, als der folgende 10^{n-1}. Er ist auch wirklich 10mal kleiner als 10^n, daher ist auch der Bruch $\frac{a}{10^{n-1}}$, 10mal größer als $\frac{a}{10^n}$.

Da nun für a und n jede ganze Zahl gesetzt werden kann, so ist es auch allgemein richtig, daß die Decimalbrüche ganz dasselbe Gesetz wie die ganzen Zahlen beobachten, denn bey den ganzen Zahlen steigt man von Einer zu Zehner, von Zehner zu Hunderte, von Hunderte zu Tausende, u. s. w. oder man geht von Tausende zu Hunderte, von Hunderte zu Zehner, von Zehner zu Einer; im ersten Fall ist die folgende Einheit immer um zehnmal größer als die nächst vorhergehende, im zweyten Fall aber ist es umgekehrt, die folgende ist hier immer 10mal kleiner als die nächst vorhergehende, alles wie bey den Decimalbrüchen, wo auf Zehntel unmittelbar Hundertel, auf diese unmittelbar Tausendtel folgen u. s. w. Umgekehrt auf Tausendtel folgen unmittelbar Hundertel, und auf Hundertel folgen unmittelbar Zehntel.

§. 53.

Da jede Einheit von der linken zur Rechten immer in der folgenden Stelle um 10mal kleiner wird, als die nächst vorhergehende, so müssen auf Einer unmittelbar Zehntel folgen, deutet man also etwa durch ein Comma an, wo die ganzen Zahlen aufhören, und nunmehr die Zehntel, Hundertel u. s. w. ihren Anfang nehmen, so wird man Decimalbrüche wie ganze Zahlen schreiben können, und also die Nenner als das Caracteristische der Brüche bey ihnen entbehren.

§. 54.

Nach dem vorhergehenden Paragraphen, werden also Decimalbrüche wie folgende geschrieben.

Statt $17\frac{3}{10}$ schreibt man 17,3,

statt $3\frac{56}{100} = 3 + \frac{50}{100} + \frac{6}{100} = 3 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$ schreibt man 3, 56,

statt $\frac{8795371}{10000} = \frac{8795371}{10000} = 879 + \frac{5000}{10000} + \frac{300}{10000} + \frac{70}{10000} + \frac{1}{10000} = 879 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{1}{10000}$, schreibt man 879, 5371.

statt $78\frac{7}{1000} = 78 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{7}{1000}$, schreibt man 78, 007 also $30\frac{3}{100} = 30,03$; $5\frac{301}{100900} = 5,00301$;

statt $\frac{7}{10} = 0 + \frac{7}{10} = 0,7$. Man bezeichnet nemlich, wenn gar keine Einer, Zehner u. s. w. vorhanden sind, die Stellen der Eins mit Null.

Es ist daher:

$\frac{73}{1000} = 0 + \frac{0}{10} + \frac{70}{1000} + \frac{3}{1000} = 0 + \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000} = 0,073$, und so in jedem Fall.

Wir können daher Brüche lesen, wie folget: 301, 3601 $= \frac{3013601}{10000} = 301 + \frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{1}{1000} = 301\frac{3601}{10000}$;

und

und 3, 790000 = 3 + $\frac{7}{10}$ + $\frac{9}{100}$ + $\frac{0}{1000}$ u. s. w. = 3, 79 daher Nullen, die rechter Hand nach der letzten geltenden Ziffer des Decimalbruchs folgen, den wahren Werth des Bruchs nicht ändern; also kann man, wenn es sonst nützlich seyn sollte, statt 7, 7,0000, schreiben, denn das heißt 7 Ganze, keine Zehntel, kein Hundertel u. s. w. 74, 03 = 74,0300 = 74, 030000 u. s. w.

§. 55.

In den vorhergehenden Paragraphen sind folgende Behauptungen gegründet.

Jede Zahl wird zehnmal, hundertmal, tausendmal u. s. w. kleiner, je nachdem das Comma um eine, zwey oder drey Stellen u. s. f. weiter nach der Linken hinauf gerückt wird.

Umgekehrt wird jede Decimalzahl um 10, 100, 1000, und so dreymal größer, je nachdem das Comma um eine, zwey, drey u. s. f. Decimalstellen nach der Rechten zu, fortrückt.

Beyspiele.

731,9 ist 10mal kleiner als 7319; 73, 19 ist wieder 10mal kleiner als 731,9; 7, 319 ist wieder 10mal kleiner als 73, 19 und 0, 7319 wieder 10mal kleiner als 7, 319; 0,07319 wieder 10mal kleiner als 0, 7319 u. s. f.

0,03501 ist 10mal kleiner als 0, 3501, diese 10 mal kleiner als 3,501, diese 10mal kleiner als 35,01, diese 10mal kleiner als 350, 1, diese 10mal kleiner als 3501, diese 10mal kleiner als 35010 u. s. f.

§. 56.

Zu dieser bequemen Art Decimalbrüche zu schreiben, gesellt sich noch der, daß auch alle Veränderun-

gen, die mit diesen Brüchen gemacht werden, ganz nach denselben Regeln, wie bey ganzen Zahlen geschehen, wie aus den folgenden Paragraphs mit mehrern zu ersehen ist.

§. 57

Decimalbrüche zu addiren.

Schreibe sie so untereinander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. ferner Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel u. s. w. zu kommen;

Addire alsdann wie bey ganzen Zahlen. In der Summe wird das Comma dahin geschrieben, wo die ganzen Zahlen ihren Anfang nehmen.

Beyspiele.

Es sollen addirt werden: 0,7318; 57; 957,32; 50,2

Die Rechnung ist:

0,7318
57,
957,32
50,2

und giebt die Summe 1065,2518

Man soll addiren: 132,7; 0,0701; 58,3279; 0,008

Die Rechnung ist

132,7
0,0701
58,3279
0,008

Summa 191,1060 = 191,106.

Beweis.

Das Gesetz welches die Natur der Decimalbrüche ausdrückt, ist völlig einerley mit dem von ganzen Zahlen, denn 10 Einheiten einer Classe zur Rechten, machen im-

mer

mer eine Einheit der nächst folgenden zur linken aus, daher auch die Decimalbrüche wie ganze Zahlen addirt werden, nur daß man in der Summe das Comma gehörig hinschreibt, um den Anfang der Einer anzugeben.

§. 58.

Decimalbrüche zu subtrahiren.

Schreibe sie, wie bey der Addition, gehörig untereinander, subtrahire alsdann, wie bei ganzen Zahlen, und setze in dem Reste das Comma an die gehörigen Stellen.

Beyspiele:

742,18	5˙7˙3,48	5˙3˙,072
31,04	94,25	8,32
711,14;	479,23;	44,752;
9˙,003	0,57˙3˙4˙	8˙,0˙3˙
5,8	0,25748	2,574
3,203;	0,31592;	5,456;
7˙,	38,532˙	8˙,
0,354	30,	0,9999
6,646;	8,532;	7,9991.

Der Grund von diesem Verfahren ist ganz derselbe, wie bey der Addition.

§. 59.

Decimalbrüche mit einander zu multipliciren.

Multiplicire die Decimalbrüche vollkommen wie ganze Zahlen, dem Product gebe man so viel Decimalstellen, als die zu multiplicirenden Zahlen zusammen haben.

Anmerk. Sollten im Producte nicht Ziffern genug vorhanden seyn, als nöthig sind, um so viel Decimalstel-

len

len abschneiden zu können, als die Factores zusammen haben; so füge man linker Hand noch so viel Nullen bey, als dazu erforderlich seyn werden.

Beyspiele.

43,87	4387	43,87	0,4387
6	0,6	0,6	0,6
263,22;	2632,2;	26,322;	0,26322;

438700	438700	48,723	0,00075
0,06	0,006	6,47	8,4
26322,00;	2632,200;	341061	300
		194892	600
		292338	0,006300
		315,23781	

Der Grund ist dieser. Je kleiner die Factoren sind, desto kleiner muß auch das Product werden. Ist der eine Factor 10, 100 u. s. w. mal kleiner als eine ganze Zahl, so ist auch das Product 10, 100 u. s. w. mal kleiner, ist nun der andere Factor auch 10, 100 u. s. w. mal kleiner, so wird das Product wieder um auch 10, 100 u. s. w. mal kleiner als es schon vorher war.

§. 60.

Decimalbrüche mit einander zu dividiren.

Ehe man dividirt, so sehe man erst nach, ob im Dividendus eben so viel Decimalbruchstellen, oder mehrere als im Divisor vorhanden.

Sind im Dividendus weniger vorhanden, so schreibe man an ihn rechter Hand so viel Nullen, als nöthig sind, um in beyden zu dividirenden Zahlen gleichviel Decimalbruchstellen zu haben.

Nun sehe man den Divisor und Dividendus als ganze Zahlen an, und bemerke ob der Dividendus grösser ist als der Divisor.

Ist

Ist dieses nicht, so schreibe man an Dividendus rechter Hand noch so viel Nullen, bis er größer ist als der Divisor.

Ist nun alles dieses geschehen:

so dividire man wie bey ganzen Zahlen, und schneide im Quotient so viel Decimalbruchstellen ab, als der Ueberschuß der Decimalbruchstellen des Dividendus, über den des Divisors beträgt.

Anmerk. Sollte ein Rest geblieben seyn, so kann man, wenn man den Quotient sonst noch genauer in Decimaltheile braucht, ihm noch Nullen anhängen, und weiter dividiren, dadurch wird man den Quotient in noch kleinere Theile ausgedrückt und genauer erhalten.

Beyspiele mögen diese Regeln erläutern.

Man soll 17, 25, durch 2, 3 dividiren.

Betrachte ich den Dividendus und Divisor als ganze Zahlen, so ist der Dividendus größer als der Divisor: daher wird wie gewöhnlich dividirt.

Divisor	Dividendus	Quotient
2,3)	17,25	7,5
	161	
	115	
	115	
	0	

Der Quotient ist 75, da nun im Dividendus eine Decimalbruchstelle mehr als im Divisor ist; so wird von der Rechten gegen die Linke, im Quotient nur eine Ziffer abgeschnitten: also ist hier der Quotient 7, 5.

```
35)    3,972 | 0,113
       35    |
       ----
        47
        35
       ----
        122
        105
       ----
Rest    17
```

Es bleibt hier ein Rest 17 hängt man hier noch Nullen an und dividirt weiter, so steht das Exempel so:

```
35)    3,972 | 0,1134857
       35    |
       ----
        47
        35
       ----
        122
        105
       ----
Rest    170
        140
       ----
         300
         280
        ----
          200
          175
         ----
           250
           245
          ----
             5 u. s. w.
```

Man setzt hier die Division nur so lange fort, bis man den Quotient so genau hat, als die Schärfe der Rechnung erfodert.

Man soll mit 5, 72 in 0, 3 dividiren.

Da im Divisor eine Decimalbruchstelle mehr als im Dividendus, so hänge man an Dividendus noch eine Null, und man erhält statt 0, 3; nun 0, 30.

Nun Divisor und Dividendus als ganze Zahlen betrachtet, so ist der Dividendus kleiner als der Divisor, daher an Dividendus noch zwey Nullen angehangen wer-

werden müssen, alsdann haben wir statt, 0,30; nun 0,3000.

Die Division wird nun so aussehen.

$$
\begin{array}{rr|l}
5,72) & 0,3000 & 0,052 \\
 & 2860 & \\
\hline
\text{Rest} & 1400 & \\
 & 1144 & \\
\hline
 & 256. &
\end{array}
$$

Der Grund dieses Verfahrens ist dieser: je kleiner der Divisor, je größer muß der Quotient seyn, ist jener 10, 100, u. s. w. mal kleiner geworden, als er vorher war, so ist auch der Quotient 10, 100 u. s. w. mal grösser, als er vorher war geworden. Ferner um so vielmal der Dividendus kleiner geworden ist, als er vorher war, um so vielmal ist auch der Quotient kleiner geworden. So viel Decimalbruchstellen also im Divisor abgeschnitten sind, so viel Nullen werden an Quotient gehangen, so viel Decimalbruchstellen aber im Dividendus abgeschnitten sind, eben so viel werden auch nun im Quotient wieder abgeschnitten; Jene Vergrößerung und diese Veminderung, heben also einander auf, und da man, ohne den Werth des Dividendus zu ändern, durch anhängen der Nullen, ihm immer mehr Decimalbruchstellen geben kann, als der Divisor hat, so ist der Ueberschuß der Decimalbruchstellen des Dividendus über dem des Divisors, die Zahl der Stellen, die im Quotienten abgeschnitten werden müssen.

§. 61.

Alle diese Veränderungen werden durch folgende Schlüsse leicht und kurz dargethan:

$$0,7 + 3,308 + 0,001 = \frac{7}{10} + 3 + \frac{3}{10} + \frac{8}{1000} + \frac{1}{10000} = \frac{700}{1000} + \frac{3000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{80}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{700+3000+300+80+1}{1000} = \frac{4081}{1000} = 4,081.$$

Eben

Eben so:

$5{,}07 - 3{,}859 = 5 + \frac{7}{100} - (3 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100} + \frac{9}{1000})$
$= \frac{5000}{1000} + \frac{70}{1000} - (\frac{3000}{1000} + \frac{800}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{9}{1000})$
$= \frac{5070}{1000} - \frac{3859}{1000} = \frac{5070 - 3859}{1000} = 1{,}211$

Eben so:

$0{,}358 \times 7{,}03 = \frac{358}{1000} \times \frac{703}{100} = \frac{358 \times 703}{100000} = \frac{251674}{1000000}$
$= 0{,}251674$ $0{,}0003 \times 0{,}02 = \frac{3}{10000} \times \frac{2}{100} =$
$\frac{6}{1000000} = 0{,}000006$

Endlich eben so:

$\frac{7{,}50}{2{,}84} = \frac{750}{100} : \frac{284}{100} = \frac{750}{100} \cdot \frac{100}{284} = \frac{750}{284} = 2\frac{182}{284}$ aber
$182 = 182{,}000000$ also $2\frac{182}{284} = 2\frac{182{,}00}{284} = 2\frac{18200}{284}$:
$100 = 2 + \frac{64\frac{24}{284}}{100} = 2 + \frac{64}{100} + \frac{24}{28400} = 2{,}64\frac{24}{28400}$
$\frac{7{,}50}{2{,}84}$; und so wird man jedesmal den Quotienten richtig und leicht bestimmen können.

§. 62.

Einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln.

Man drücke den Zähler des gegebenen Bruchs nach §. 54, als einen Decimalbruch aus, und dividire mit dem Nenner nach §. 60.

Beyspiele:

$\frac{1}{2} = \frac{1{,}0}{2} = 0{,}5$; $\frac{3}{4} = \frac{3{,}00}{4} = 0{,}75$; $\frac{5}{8} = \frac{5{,}000}{8} =$
$0{,}624$; $\frac{1}{3} = \frac{1{,}000000}{3} = 0{,}333333\frac{1}{3000000}$; $\frac{2}{3} =$
$\frac{2{,}000}{3} = 0{,}6666\frac{2}{30000}$ $\frac{3}{7} = \frac{3{,}00000}{7} = 0{,}428571$
$\ldots$ $\frac{1}{24} = 0{,}041666 \ldots$; $\frac{1}{288} = 0{,}00347222 \ldots$
$\frac{17}{3} = 5{,}666 \ldots$;

Durch

Durch die Potenzen-Rechnung läßt sich dieses alles noch kürzer und allgemeiner darthun, bis dahin wir auch die abgekürzte Multiplication und Division, versparen wollen.

§. 63.

Vorläufiger kurzer Begriff von dem, was man Verhältniß und Proportion nennt.

Wenn wir zwey gleichartige Größen mit einander vergleichen, so können wir bestimmen, um wie vielmal die eine größer als die andere, oder was für ein gleicher Theil die eine von der andern ist. Und diese Art von Vergleichung verstehen wir unter der Redensart, das geometrische Verhältniß zweyer Größen zu finden. Man spricht sehr oft von Dingen, die einerley oder gleiche Verhältnisse mit einander haben. Hat man also zwey gleiche Verhältnisse, so hat man eine sogenannte Proportion. Das Verhältniß zweyer Größen drückt man so aus $a:b$; $5:15$, ist nun das Verhältniß $c:d$ mit dem zu $a:b$ einerley, so hat man eine Proportion die so geschrieben wird: $a:b = c:d$; $5:15 = 3:9$. Wenn $a:b$ gleich dem Verhältniß $c:d$ seyn soll, so muß offenbar nach dem gegebenen Begriff von Verhältniß $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ seyn, oder auch $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{15}{5} = \frac{9}{3} = 3$; oder $\frac{5}{15} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

§. 64.

In der Proportion $a:b = c:d$, nennt man a und d die beyden äussern b, und c die beyden mittlern Glieder, und da nach dem §. 63. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ also auch $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{db}$, folglich $ad = bc$ das heißt, das Produkt der beyden äussern Glieder ist gleich den Pro-

Produkten der beyden mittlern. $5 : 15 = 3 : 9$ also $3 \cdot 15 = 5 \cdot 9$ – Von Proportionen im nächsten Theile mehr.

§. 64.

Etwas weniges von den Gleichungen.

Wer da sagt, daß ein Ducaten so viel beträgt als 3 Thaler oder als 72 gute Groschen, der drückt einerley Größe auf zweyerley Art aus, mithin schließt man, daß

$$3 \text{ Thaler} = 72 \text{ Groschen}.$$

Einen solchen Ausdruck nennt man eine Gleichung, so sind also alle gleichgesetzte Ausdrücke Gleichungen.

Z. B. 1) $3x + 4 - 8a = c + d - 9x$

2) $5x^2 + 3x - 5 = B - r + x$

3) $x^3 - 5x^2 = 6 - 2b$

5) $ax^n - 5b = 3ax - 6d$

6) $3x + 4y = 5a + b$

7) $9y + 7z - xy = A.$

Alle diese Ausdrücke sind Gleichungen, denn was zur Linken stehet, soll dem zur Rechten gleich seyn. Sieht man die letzten Buchstaben des Alphabets wie x, y, z, als Bezeichnung der unbekanten Werthe in den obigen Gleichungen an, so sagt man, weil in No. 1. x allein und nur in der ersten Potenz vorkömmt, dies sey eine Gleichung vom ersten Grade, mit einer unbekannten Größe. – No. 6 ist eine solche Gleichung mit

mit zwey unbekannten Größen. Findet sich in einer Gleichung die unbekannte Größe, in einer höhern Potenz, so erhält sie überhaupt ihren Namen von der Potenz der unbekannten Größe. No. 2 und 3, sind Gleichungen vom 2ten und 3ten Grade, so wie No. 5, vom 12ten Grade, alle mit einer unbekannten Größe. No. 7, ist eine Gleichung mit 3 unbekannten Größen.

§. 65.

Um eine Aufgabe aufzulösen, muß man die in ihr enthaltenen Bedingungen durch Buchstaben oder Zahlen, und vermittelst der algebraischen Zeichen auszudrücken suchen. Was man alsdann solchergestalt erhält, heißt die Fundamentalgleichung. Giebt man dieser Gleichung eine solche Gestalt, daß die in ihr enthaltene unbekannte Größe, auf der einen, und auf der andern Seite, lauter bekannte Größen stehen, so sagt man, daß man diese Gleichung aufgelößt habe, und hierin bestehet das Geschäft der Algebra.

§. 66.

Gleichungen vom ersten Grade mit einer unbekannten Größe, oder wie man sie auch nennt, einfache Gleichungen aufzulösen, ist äusserst leicht, wofern man nur folgenden Grundsatz gehörig anwendet.

Grundsatz. Gleiches zu gleichem addiret, von gleichem subtrahirt, mit gleichem multiplicirt, und in oder durch gleiches dividirt, giebt gleiche Summen, gleiche Differenzen, gleiche Produkte und gleiche Quotienten.

Beyspiel.

$\frac{a}{b}x - c + d = g - h.$ wir sollen hier x auf eine Seite allein bringen.

———————— $+c$ auf beyden Seiten addirt.

giebt $\frac{a}{b}x + d = g + c - h$

———————— $+d$ auf beyden Seiten subtrahirt.

giebt $\frac{a}{b}x = g + c - h - d$

———————— mit b auf beyden Seiten multipl.

giebt $ax = (g + c - h - d)\,b$

———————— mit a auf beyden Seiten dividirt.

folgl. $x = \frac{(g + c - h - d)\,b}{a}$

Wir sehen, daß alles was durch Addition, durch Subtraktion, durch Multiplication und durch Division mit der unbekannten Größe verbunden ist, grade durch den entgegengesetzten Species, von der einen nach der andern Seite geschafft wird, statt $+c$ zu addiren, hätte man auch können $-c$ subtrahiren. Die folgenden Aufgaben, sollen mehrere Anweisung geben, so wie ich auch in dem folgenden Theile, die Theorie der Gleichungen weiter entwickeln werde.

Für

Für 67 Thlr. kaufe ich einen Centner Metall, und erhalte 8 Thlr. zurück. Wie hoch kommt mir der Centner zu stehen?

Diese Aufgabe, so leicht sie auch ist, und man gar nicht die Kunstgriffe der Algebre zu ihrer Auflösung nöthig hat, ja selbst zu den geringsten und leichtesten Aufgaben der gemeinen Arithmetik gehört, so wird sie hier gleichwohl dienen, sich in der algebraischen Construktion zu üben, und Anfänger werden sich in der Folge überzeugen, daß sich der leichteste so wohl, als auch der schwerste Vorwurf der Arithmetik, algebraisch behandeln läßt. – Und wie manche elende Stümper der Buchstabenrechnung haben ihre Schriften durch unzweckmäßige Anwendung der Algebra, oder vielmehr der bloßen Buchstaben, ein sehr gelehrtes Ansehen gegeben. – Doch zur Sache.

Da es uns unbekannt ist, was der Centner gegolten hat, so wollen wir seinen Preiß mit x Thlr. bezeichnen, also muß

$$x + 8 \text{ Thlr.} = 67 \text{ Thlr.}$$
$$\qquad\qquad 8 \text{ subtr.}$$

Folglich $x = 59$ Thlr.

also hat der Centner 59 Thlr. gegolten.

Wer hätte dies auch nicht ohne algebraische Schlüsse herausgebracht? Doch man besinne sich, warum ich diese Aufgabe gab, und dies gilt von mehrern der folgenden Aufgaben.

 Eine

Eine Einnahme bestand in etlichen Thalern, und wiederum in 6 Thaler, und die Ausgabe in 4 Thaler, hätte ich noch 4 Thaler, so würde meine Einnahme 16 Thaler betragen. Wie viel waren der etlichen Thaler?

Die etlichen Thaler Einnahme sey x, so wird, wenn man die Angaben der Aufgabe Schritt vor Schritt folgt, folgende algebraische Construction gemacht werden können.

$$x + 6 - 4 + 4 = 16 \text{ Thlr.}$$

oder $x + 6 = 16$ 6 subtr.

Folgl. $x = 10$ Thlr. gleich der etlichen Thaler.

Von einer Waare hatte man einen Theil weggegeben, und 10 Centner weniger übrig behalten, als weggegeben worden; weil nun der Waare 37 Centner gewesen, so ist die Frage, wie viel weggegeben worden?

Man setze, es betrage die weggegebene Waare x Cnt.
so ist laut der Aufg. übrig geblieben $x - 10$ Cnt.
add.
die weggegebene und übrig gebliebene Waare macht $2x - 10$ Cnt.

Daher ist $2x - 10 = 37$ Centner.
— 10 subtr.
bleibt $2x = 47$ mit 2 dividirt.
folglich $x = 23\frac{1}{2}$ Cnt. gleich der weggegebenen Waare.

A, B, C, sollen sich in 400 Thlr. also theilen, daß A 16 Thlr. 12 Gr. weniger als B, und B 12 Thlr.

18 Gr. weniger als C, erhalten sollte. Wie viel wird einem jeden zu Theil?

A erhält	x Thlr.	
so wird B erhalten	$x + 16$ Thlr. 12 Gr.	
und C	$x + 29$ Thlr. 6 Gr.	addirt.
giebt	$3x + 45$ Thlr. 18 Gr.	

Denken wir der Aufgabe nach, so werden wir leicht einsehen, daß

	$3x + 45$ Thlr. 18 Gr.	$=$ 400 Thlr. seyn muß;	
		45 Thlr. 18 Gr.	subtr.
bleibt	$3x$	$=$ 354 Thlr. 6 Gr.	mit 3 dividirt.
folglich	x	$=$ 118 Thlr. 2 Gr.	für A.

Probe. A erhielt	118 Thlr.	2 Gr.	
mithin B , ,	134 Thlr.	14 Gr.	
und C , ,	147 Thlr.	8 Gr.	addirt.
	400 Thlr.		

A, B, C, D, sollen sich in 1000 Thlr. dergestalt theilen, daß B 10 Thlr. mehr als C, C 24 Thlr. mehr als D, und D 32 Thlr. mehr als A haben soll. Wie viel erhält ein Jeder?

A erhält x Thlr. also wird der Theil, den D erhält, seyn $x + 32$ Thlr. der Theil, den C erhält $x + 56$ Thlr. und endlich der Theil, den B erhält, $x + 66$ Thlr. addirt.

giebt $4x + 154$ Thlr. so viel betrügen aller 4 Theile zusammen.

Mithin muß 4*x* + 154 Thlr. = 1000 Thlr. seyn

154 subtr.

bleibt 4*x* = 846 mit 4 divid.

folglich *x* = 211 Thlr. 12 Gr.

Probe. A hat also erhalten 211 Thlr. 12 Gr.
D wird also erhalt. hab. 243 Thlr. 12 Gr.
und C , , , 267 Thlr. 12 Gr.
und endlich B , , , 277 Thlr. 12 Gr.
add.
Summa 1000 Thlr.

Fünf Erben sollen eine Erbschaft von 30650 Tlr. also theilen, daß B noch einmal so viel als A, und noch 200 Thlr. mehr, C so viel als A und B, weniger 100 Thlr., D so viel als B und C, und noch 150 Thlr., und endlich E so viel als A und C, weniger 100 Thlr. bekommen soll: wie viel wird auf jeden Erbtheil kommen?

A habe erhalten *x* Thlr.
so wird B haben 2*x* + 200 Thlr.
C 3*x* + 100 Thlr.
D 5*x* + 450 Thlr.
E 4*x* -- 100 Thlr. addirt.

giebt 15*x* + 650 Thlr. gleich der gesammten Erbschaft, mithin muß

15*x* + 650 Thlr. = 30650 Thlr.
650 Thlr. subtr.

bleibt 15*x* = 30000 Thlr. mit 15 div.

folglich *x* = 2000 Thlr. so viel bekömmt A.

B bekommt also 4200 Thlr.
C 6100 Thlr.
D 10450 Thlr.
E 7900 Thlr. addirt.

Summa 30650 Thlr.

Wenn

Wenn eine Zahl mit 4 multiplicirt, und 7 von diesem Produkte abgezogen wird, so bleibt 75. Was wäre das für eine Zahl?

Diese unbekannte Zahl sey x, so ziehen wir aus der Aufgabe folgende Gleichung:

$4x - 7 = 75$ 7 addirt

bleibt $4x = 82$ mit 4 dividirt.

folglich $x = 20\frac{1}{2}$

Probe. $4 . 20\frac{1}{2} = 82$ und
$82 - 7 = 75$

Der unbekannte Werth von 50 alten Gülden, weniger 5 Fl. Curantgeld, soll seyn 60 Fl. Wie viel ist einer der alten Gülden werth?

Der unbekannte Werth eines alten Guldens sey x Fl. Curantgeld, so werden 50 Fl., $50x$ Fl. werth seyn, mithin

$50x - 5 = 60$ — 5 subtr.

bleibt $50x = 65$ mit 50 dividirt.

folglich $x = 1\frac{3}{10}$ Fl. so viel ist der Werth eines alten Guldens in Courantgeld.

Aus einem Fasse Kaffee würden etliche Pfund abgewogen, und es blieben noch 60 Pfund darinnen. Aus einem andern Fasse, welches 90 ℔ Kaffee enthielt, würden noch einmal so viel ℔ abgewogen, als aus dem ersten, und es blieben so viel ℔ darinnen, als das erste Faß anfänglich enthalten hat. Wie viel Pfund sind aus dem ersten Fasse abgewogen worden?

Man

Man bezeichne die Anzahl der aus dem ersten Fasse abgewogenen Pfunde durch x; so sind aus dem zweyten Fasse $2x$ ℔ gewogen.

Im ersten Fasse waren anfänglich $x + 60$ Pfund

Im zweyten Fasse bleiben, nachdem man $2x$ ℔ abgewogen $90 - 2x$ ℔.

Nun muß $x + 60 = 90 - 2x$ seyn $-\ 2x$ subtr.

bleibt $3x + 60 = 90$ 60 subtr.

bleibt $3x = 30$ mit 3 dividirt.

folglich $x = 10$ ℔ so aus dem ersten Fasse abgewogen sind,

und aus dem andern Fasse sind 20 ℔ abgewogen worden.

Von einer Geld-Düte gebe ich aus, und es bleiben darinnen 40 Thlr. 12 Gr. Von einer andern Geld-Düte, worinnen 68 Thlr. 18 Gr. gebe ich zweymal so viel aus, als von der ersten, was darinnen bleibt, ist so viel als die erste Düte gleich anfänglich hatte. Wie viel war aus der ersten ausgegeben worden?

Ich habe x Thlr. aus der ersten ausgegeben, also aus der andern $2x$ Thlr.

Anfänglich war in der ersten Düte $x + 40\frac{1}{2}$ Thlr. und in der zweyten befindet sich noch, nachdem $2x$ Thlr. ausgegeben worden, $68\frac{3}{4} - 2x$ Thlr. Nun muß der Aufgabe gemäß

$x + 40\frac{1}{2} = 68\frac{3}{4} - 2x$ seyn $-\ 2x$ subtr.

bleibt $3x + 40\frac{1}{2} = 68\frac{3}{4}$ $40\frac{1}{2}$ subtr.

bleibt $3x = 28\frac{1}{4}$ mit 3 dividirt.

folglich $x = 9\frac{5}{12}$ Thlr. sind von der ersten Düte ausgegeben, und also von der 2 Düte 18 Thlr. 20 Gr.

Ich

Ich fragte einen Schiffer, der eben im Begriff war von Magdeburg nach Berlin zu Wasser zu reisen, wie viel Meilen Berlin von hier zu Lande wäre. Das sollen sie ausrechnen junger Herr, war die Antwort: Ich bin schon 12 Meilen hinter Berlin zu Wasser gewesen, als auf einmal ein Sturmwind uns wieder 20 Meilen zurücktrieb. Nun fand es sich, daß wir gerade so viel Meilen von Berlin entfernt waren, als 28 Meilen weniger die Anzahl Meilen so von Magdeburg bis Berlin zu Lande sind. Wie weit ist also Berlin von Magdeburg?

Von Magdeburg bis Berlin sind x Meilen zu lande, 12 Meilen hinter Berlin und 20 wieder zurückgetrieben. Dies alles drückt man in einer Gleichung so aus:

$$x + 12 - 20 = x - 8$$

Nun soll

$x - 8 = 28 - x$ seyn — x subtr.

bleibt $2x - 8 = 28$ — 8 subtr.

bleibt $2x = 36$ mit 2 dividirt.

folgl. $x = 18$ Meilen, so weit ist Berlin von Magdeburg zu lande entfernt.

Ein Courier muß täglich 24 Meilen zurücklegen: nach 3 Tagen wurde ihm ein anderer nachgeschickt, um ihn von dato in 12 Tagen einzuholen: Wie viel mußte dieser täglich Meilen machen?

Die unbekannte Zahl der Meilen, welche der zweyte Courier täglich machen muß, sey $= x$, er wird also in 12 Tagen $12x$ Meilen machen.

Der

Der erste der täglich 24 Meilen macht in den 15 Tagen die er unterwegens ist,

$$15 \cdot 24 \text{ Meilen}$$

mithin muß nothwendig

$$12x = 15 \cdot 24 \quad \text{mit 12 dividirt.}$$

$$\text{folglich} \quad x = 15 \cdot 2 = 30 \text{ Meilen.}$$

und so viel mußte also der 2te Courier machen.

Zwey Oerter A und B, liegen 288 Meilen von einander: aus beiden Oertern wurden zu gleicher Zeit Couriers abgefertiget, und dem Courier aus A befohlen, täglich 24 Meilen zurückzulegen, um jenen aus B in 8 Tagen zu begegnen: Wie viel Meilen hatte also der Courier aus B täglich machen müssen?

Der Courier aus B habe täglich x Meilen gemacht, also wird er in 8 Tagen, $8x$ Meilen gemacht haben. Der Courier aus A wird in 8 Tagen $8 \cdot 24$ Meilen zurücklegen.

Wenn die Bedingung der Aufgabe erfüllt werden soll, so muß

$$8x + 8 \cdot 24 = 288 \text{ seyn} \quad \text{mit 8 dividirt.}$$

$$\text{giebt} \quad x + 24 = 36 \quad \text{24 subtr.}$$

$$\text{folglich} \quad x = 12 \text{ Meilen,}$$

so viel hat er also täglich machen müssen.

Ein Zeugmacher Gesell sollte in einer bestimmten Zeit eine Anzahl Zeuge verfertigen, und zu dem Ende täglich 8 Ellen machen; als dieser 8 Tage gearbeitet, wird ein anderer angestellt, der nach Verlauf von 21 Tagen eben so viel, als jener verfertige. Wie viel Ellen hat dieser täglich gemacht?

Er

Er habe täglich x Ellen verfertiget, so wird er in 21 Tagen, $21x$ Ellen machen.

Der erste, der schon 3 Tage vorher, also überhaupt 24 Tage gearbeitet hat, macht in dieser Zeit 24. 8 Ellen.

Da sie nun beyde gleichviel sollen gemacht haben, so muß

$$21x = 24 \cdot 8 \text{ seyn}$$
mit 21 dividirt.

folglich $x = \frac{24 \cdot 8}{21} = \frac{8 \cdot 8}{7} = 9\frac{1}{7}$ Elle.

Probe. Wer täglich $9\frac{1}{7}$ Elle macht, wird in 21 Tagen 192 Ellen machen, und wer täglich 8 Ellen macht, wird in 24 Tagen auch 192 Ellen machen.

Ein Tagelöhner sollte eine Arbeit machen, und zum Tagelohn 1 Gr. 8 Pf. nebst Essen und Trinken erhalten, weil es aber mit der Arbeit zu langsam hergeht, so wurde ihm nach Verlauf von 10 Tagen einer beygesellt, und demselben versprochen, wenn er fleißig seyn, und die Arbeit in 40 Tagen vollenden helfen würde, er überhaupt so viel als jener haben sollte: Wie viel hat sein Tagelohn getragen?

Es habe x Groschen getragen, so hat er für 40 Tage erhalten $40x$ Gr.

Der erste hat 10 Tage länger, also überhaupt 50 Tage gearbeitet, und 1 Gr. 8 Pf. $= \frac{5}{3}$ Gr. erhalten, also in 50 Tagen $\frac{5}{3} \cdot 50 = \frac{250}{3}$ Groschen.

Da nun beyde gleichviel verdient haben sollten; so muß

$$40x = \frac{250}{3}$$
mit 40 dividirt.

folglich $x = \frac{250}{3 \cdot 40} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$ Gr.

gleich 2 Gr. und 1 Pf.

Ein

Ein Ingenieur soll einen Graben von 1200 Ruthen lang ausführen, welcher in 12 Tagen fertig seyn mußte: er ließ daher auf beyden Seiten zugleich anfangen, und auf der einen Seite täglich 40 Ruthen ausführen. Wie viel ist also auf der andern Seite täglich auszuführen gewesen?

Die unbekannte Ruthenzahl sey x

Da täglich auf der einen Seite 40 Ruthen ausgeführt werden, so machen dies in 12, 12. 40 Ruthen und auf der andern Seite täglich x Ruthen, also in 12 Tagen 12. x Ruthen.

Nun muß

$12x + 12.\ 40 = 1200$ Ruthen gleich der ganzen Länge des Grabens seyn.

mit 12 dividirt.

giebt $x + 40 = 100$

40 subtr.

folgl. $x = 60$ Ruthen.

Probe. Täglich 60 Ruthen, macht in 12 Tagen 720 R.
Täglich 40 Ruthen, macht in 12 Tagen 480 R.

Summa 1200 R.

Ein Vater hinterließ 3 Söhne und 1500 Thlr. Nach seinem Testamente, soll der älteste Sohn, 200 Thlr. mehr haben, als der 2te. Der zweyte aber 100 Thlr. mehr, als der 3te. Wie viel bekommt ein jeder?

Der dritte soll erhalten x Thlr.
so hat der zweyte erhalten $x + 100$ Thlr.
und der älteste $x + 300$ Thlr.

addirt

giebt $3x + 400$ Thlr.

gleich

gleich dem, was alle 3 Söhne zusammen erhalten haben, dieses war in der Aufgabe zu 1500 Thlr. angegeben, mithin muß

$3x + 400$ Thlr. $= 1500$ Thlr. seyn,
400 subtr.
bleibt $3x = 1100$
mit 3 dividirt.
folglich $x = 366$ Thlr. 16 Gr. soviel erhielt der dritte

Der zweyte erhielt also 466 Thlr. 16 Gr.
und der älteste 666 Thlr. 16 Gr.
addirt.
Summa 1500 Thlr. –

Dies leztere dient zugleich zur Probe.

Ein Mann sagt: Meine Frau ist 30 Jahr älter als meine Tochter, ich bin 22 Jahre älter als meine Frau. Unser aller Alter, zusammen addirt, giebt 100. Wie alt war der Mann, die Frau, die Tochter?

Wir wollen sezzen die Tochter wäre x Jahr alt,
so ist die Mutter alt $x + 30$
und der Vater alsdann $x + 52$
add.
giebt $3x + 82$ gleich

dem Alter aller drey zusammen genommen. Dieses war in der Aufgabe zu 100 Jahr angegeben: mithin

$3x + 82 = 100$
82 subtr.
bleibt $3x = 18$
mit 3 dividirt.
folgl. $x = 6$ Jahr, gleich dem Alter der Tochter, mithin das Alter

der Mutter $= 36$ Jahr
und das Alter des Vaters $= 58$ Jahr
addirt.
Summa 100 Jahr

lezteres dient zugleich zur Probe. Was

Was sind das für Zahlen, deren Summe 75, und Unterschied 17 ist?

Offenbar bestehet die größere Zahl aus der kleinsten und dem gegebenen Unterschiede, wenn wir daher die kleinste Zahl durch x bezeichnen: So wird die größere durch $x + 17$ bezeichnet

addirt

giebt $2x + 17$ = der Summe beyder Zahlen, diese beträgt aber 75; mithin muß

$2x + 17 = 75$ seyn

17 subtr.

bleibt $2x = 58$

mit 2 dividirt

folglich $x = 29$

und $x + 17 = 46$.

Hätte man die größere Zahl durch y bezeichnet, so würde die kleinere Zahl durch

$y - 17$ ausgedruckt

addirt

giebt die Summe beyder Zahlen $2y - 17 = 75$

− 17 subtr.

bleibt $2y = 92$

mit 2 dividirt

folglich $y = 46$

und $y - 17 = 29$ wie vorhin.

Aus zwey Mörsel sind 100 Bomben geworfen; aus dem ersten 40 mehr als aus dem zweyten: Wie viel hat man aus jedem einzelnen geworfen?

Aus dem ersten Mörsel sind x Bomben geworfen, so sind aus dem andern $x - 40$ Bomben geworfen worden,

addirt

giebt $2x - 40$ so viel sind aus beyden zusammen geworfen; daher muß

2x

$$2x - 40 = 100 \text{ seyn}$$
— 40 subtr.

bleibt $2x = 140$
mit 2 dividirt

folglich $x = 70$ Bomben, so viel sind also aus dem ersten Mörsel geworfen, mithin aus dem andern $70 - 40 = 30$ Bomben.

Probe. Aus dem ersten 70 Bomben
Aus dem zweyten 30 , , ,
addirt
Summa 100 Bomben.

Und $70 - 30 = 40$ Bomben.
= der in der Aufgabe angegebenen Differenz.

Die Breite und Länge eines Hauses macht zusammen 275 Fuß aus, 74 Fuß ist es länger als breit: Wie lang und breit ist das Gebäude?

Ich will die Länge des Hauses mit x bezeichnen, so ist die Breite des Hauses $= x - 74$; Länge und Breite zusammen sollen gleich 275 sein, das heißt

$$2x - 74 = 275$$
— 74 subtr.

bleibt $2x = 349$
mit 2 divid.

folgl. $x = 174\frac{1}{2}$ Fuß gleich der Länge des Hauses, und die Breite ist gleich $x - 74 = 174\frac{1}{2} = 100\frac{1}{2}$ Fuß

Probe. Die Länge $= 174\frac{1}{2}$ Fuß
die Breite $= 100\frac{1}{2}$ Fuß

Länge + Breite = 275 Fuß
Länge — Breite = 74 Fuß

Zwey Kühe sind zu 40 Thlr. eingekauft, davon ist die eine Kuh 2 Thlr. theurer, als die andere: Wie viel hat also jede Kuh gekostet?

Der

Der Preiß der theuern Kuh sey gleich x Thlr.
Der Preiß der minder theuern wird
also seyn . . $x - 2$ Thlr.
addirt
giebt $2x - 2$ Thlr.

Der Bedingung der Aufgabe gemäß muß also
$2x - 2$ Thlr. $= 40$ Thlr. seyn
— 2 Thlr. subtr.
bleibt $2x = 42$
mit 2 dividirt
folglich $x = 21$ Thlr. gleich dem Preis der theuern Kuh, und also 19 Thlr. gleich dem Preis der minder theuern Kuh.

Diese Aufgabe so wie sie hier stehet, ist ein wirklicher Vorfall im gemeinen Leben, und Rechenmeister denen sie aufgegeben wurde, brachten statt 21, 19, immer 22 und 18 heraus, bis endlich ein Frauenzimmer sie aus dem Irrthum riß. Was mögen das für Rechner gewesen seyn?

658 Thlr. unter 3 Personen, so zu vertheilen, daß der zweyte 3mal so viel erhält als der erste, und der dritte so viel als die beyden ersten zusammen genommen.

Der erste soll x Thlr. erhalten, so erhält
der zweyte $3x$
und der dritte $4x$
addirt
giebt $8x$ so viel hätten alle drey zusammen erhalten, mithin muß
$8x = 658$ seyn
mit 8 dividirt
folgl. $x = 82$ Thlr. 6 Gr. gleich dem Theil des ersten.

Probe.

Probe. Da der Theil des ersten gleich 82 Thlr. 6 Gr. so ist der Theil des zweyten gleich 246 Thlr. 18 Gr. und der Theil des dritten gleich 329 Thlr. - -

addirt

Summa 658 Thlr. - -

Ich soll 300 Thlr. unter 3 Personen so vertheilen, daß die zweyte 2mal so viel erhält, als die erste, und noch 6 Thlr. mehr; und die dritte so viel als die beyden andern zusammengenommen, und noch 10 Thlr. mehr.

Die erste Person habe erhalten x Thlr.
so wird die zweyte erhalten haben $2x + 6$ Thlr.
und die dritte . . $3x + 16$ Thlr.
add.
giebt $6x + 22$ Thlr.

Diese Summe muß gleich der in der Aufgabe gegebenen 300 Thlr. seyn, also

$$6x + 22 = 300$$
22 subtr.
$$\text{bleibt } 6x = 278$$
mit 6 dividirt.
$$\text{folgl. } x = 46 \text{ Thlr. } 8 \text{ Gr.}$$ gleich dem Theil des ersten.

Probe. Der Theil des ersten war 46 Thlr. 8 Gr.
so ist der Theil des zweyten gleich 98 Thlr. 16 Gr.
und der Theil des dritten 155 Thlr. -

addirt

Summa 300 Thlr. -

Eine Zahl zu finden, deren Hälfte, Viertel und fünfter Theil, zusammen 60 betragen.

Diese zu suchende Zahl sey x
so soll seyn $\frac{1}{2}x$

$$\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{4}x + \tfrac{1}{5}x = 60$$

also $(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5})\,x = 60$

oder $(\tfrac{10}{20} + \tfrac{5}{20} + \tfrac{4}{20})\,x = 60$

oder $\tfrac{19}{20}\,x = 60$ — mit $\tfrac{19}{20}$ dividirt

folglich $x = 63\tfrac{3}{19}$ gleich der zu suchenden Zahl.

Probe. $\tfrac{1}{2}x = 31\tfrac{22}{38}$
$\tfrac{1}{4}x = 15\tfrac{30}{38}$
$\tfrac{1}{5}x = 12\tfrac{24}{38}$ — addirt

Summa 60

Die Zahl 720 in 3 Theile zu theilen, so daß der erste sich verhält zu dem zweyten, wie 3:4, und der zweyte zu dem dritten wie 5:6.

x sey der erste Theil, so findet man den zweyten, indem man schließt

erſten Theil: zweyten Theil =

$3:4 = x : \tfrac{4x}{3}$; und den dritten, indem man schließt

zweyten Theil: dritten Theil =

$5:6 = \tfrac{4x}{3} : \tfrac{8x}{5}$

Also der erste Theil $= x$
- der zweyte - $= \tfrac{4}{3}x$
- der dritte - $= \tfrac{8}{5}x$

addirt

giebt $x + \tfrac{4}{3}x + \tfrac{8}{5}x = x + \tfrac{44x}{15}$

Nun muß der Bedingung nach seyn

$$x + \tfrac{44x}{15} = 720$$ — mit 15 multipl.

giebt $15x + 44x = 10800$
oder $59x = 10800$ — mit 59 dividirt

folglich $x = 183\tfrac{3}{59}$ gleich dem ersten Theil.

Drey

Drey Brüder sind zusammen alt 30 Jahr und 11 Tage; der 2te ist 1 Jahr 2 Monat und 24 Tage jünger als der erste, und der 3te ist ein Jahr 10 Monate 22 Tage jünger als der zweyte. Das Alter jeder dieser drey Brüder zu finden.

Der erste sey x Jahre alt, so ist
der zweyte x – 1 Jahr – 2 Mon. – 24 Tage alt
der dritte x – 3 Jahr – 1 Mon. – 16 Tage alt
add.
aller Alter zusammen $3x$ – 4 Jahr – 4 Mon. – 10 Tage

also auch

$3x$ – 4 Jahr – 4 Mon. – 10 T. = 30 Jahr + 11 Tage
Man ziehe auf beyden Seiten 4 J. – 4 M. – 10 T. ab
so erhält man $3x$ = 34 J. + 4 M. + 21 Tage
mit 3 dividirt.
Folglich das Alter des
ersten = x = 11 J. + 5 M. + 17 Tage
Daher das Alter des
zweyten = 10 J. + 2 M. + 23 Tage
und das Alter des dritten = 8 J. + 4 M. + 1 Tag
addirt
Sämmtliches Alter = 30 Jahr – + 11 Tage

Ein Beweis, daß wir richtig gerechnet haben.

Fünf Spieler haben zusammen 96 Thlr. verspielt; der zweyte hat doppelt so viel und noch 2 Thlr. mehr verspielt als der erste; der dritte so viel als der erste und zweyte zusammengenommen, weniger 6 Thlr.; der vierte so viel als der zweyte und dritte zusammengenommen, und noch 10 Thlr. mehr, und der fünfte so viel als der erste und vierte zusammen, weniger 20 Thlr. Man will wissen, wie viel ein jeder einzeln verlohren hat.

Der erste Spieler habe verloren	x	Thlr.
der 2te hat also verloren	$2x + 2$	Thlr.
der 3te	$3x - 4$	Thlr.
der 4te	$5x + 8$	Thlr.
der 5te	$6x - 12$	Thlr.
addirt		
Sämmtlich erlittener Verlust $=$	$17x - 6$	Thlr.

Die Aufgabe giebt den Verlust zu 96 Thlr. an, also muß

$17x - 6$ Thlr. $= 96$ Thlr. seyn — 6 Thlr. subtr.

bleibt $17x = 102$ Thlr. mit 17 divid.

Folgl. der Verlust des 1sten	$= x =$	6 Thlr.
des 2ten	$=$	14 –
des 3ten	$=$	14 –
des 4ten	$=$	38 –
des 5ten	$=$	24 –
addirt giebt		96 Thlr. so wie es die Aufgabe angiebt.

Fünf Spieler haben zusammen 60 Thlr. gewonnen; der zweyte 3mal so viel als der erste, weniger $\frac{1}{3}$; der dritte, doppelt so viel als der zweyte, weniger 1 Thlr.; der vierte, 4mal so viel als der erste, und der fünfte, 3mal so viel als der zweyte, weniger 2 Thlr. Wieviel hat ein jeder gewonnen?

Der erste habe	x	Thlr. gewonnen
der zweyte	$\frac{8}{3}x$	Thlr.
der dritte	$\frac{16}{3}x - 1$	Thlr.
der vierte	$4x$	Thlr.
der fünfte	$8x - 2$	Thlr.
addirt.		
Sämmtl. Gewinnst	$21x - 3$	Thlr.

Also

Also muß $21x - 3 = 60$ seyn

— 3 subtr.

bleibt $21x = 63$

mit 21 dividirt.

Folgl. der Gewinnst

des Ersten $= x$	=	3 Thlr.
des 2ten	=	8 Thlr.
des 3ten	=	15 Thlr.
des 4ten	=	12 Thlr.
des 5ten	=	22 Thlr.
	addirt	
Sämmtlicher Gewinnst		60 Thlr.

Es stirbt ein Mann, von dem seine Erben wissen, daß er 1310 Thlr. an A, B, C, D verliehen hat, sie wissen aber nicht, wie viel ein jeder einzeln hat, so viel sehen sie aus den hinterlassenen Papieren, daß B $\frac{1}{3}$ des Theils A mehr hat, als A, und C $\frac{1}{4}$ des Theils A mehr als B, und daß endlich D, 7mal so viel hat als A.

Wie viel haben A, B, C und D gehabt?

	A habe	x Thlr.
so hat	B	$x + \frac{1}{3}x$ Thlr.
	C	$x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x$ Thlr.
	D	$7x$ Thlr.
	addirt	

So hat man $10x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x = 1310$ Thlr.

mit 12 mult.

erhält man $120x + 8x + 3x = 15720$

oder $131x = 15720$

mit 131 dividirt.

A hat also gehabt	x	=	120 Thlr.
mithin B		=	160 Thlr.
C		=	190 Thlr.
D		=	840 Thlr.
	addirt		
			1310 Thlr. wie in der

Aufgabe angegeben worden.

Ein Platz der so lang als breit, oder dessen Figur ein Quadrat ist, soll ganz voll mit Bäumen bepflanzt werden, deren man eine gute Anzahl liegen hat.

Man findet aber, daß nachdem gepflanzt worden, werden 60 Stück Bäume übrig bleiben, um sie nun alle anzubringen, vermehrt man die Seite des Quadrats um Eins; als dann fehlen noch 41 Bäume, um dieß bewerkstelligen zu können.

Wie viel Bäume hat man gehabt, und wie viel Bäume sind auf einer Seite des Quadrats gepflanzt worden?

Die Zahl der Bäume auf einer Seite des Quadrats, die man zuerst setzte, sey $= x$, so wird die Anzahl aller unserer Bäume ausgedrückt durch $x^2 + 60$. Das zweytemal wollte man in jeder Reihe $x + 1$ Stück pflanzen, da würde man also $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ Bäume nöthig gehabt haben, es fehlten uns aber an dieser Zahl noch 41, also haben wir folgende Gleichung;

$$x^2 + 60 = x^2 + 2x + 1 - 41$$

x^2 subtr.

bleibt $60 = 2x - 40$

— 40 subtr.

bleibt $100 = 2x$

mit 2 dividirt

Folglich das erstemal haben wir ; $50 = x$ Bäume gehabt,

Die Anzahl der Bäume $= x^2 + 60 = 2560$.

Dem ersten Ansehn nach schien diese Aufgabe zu denen vom 2ten Grade zu gehören.

Ein Mann hat 6 Söhne, von welchen jeder um 4 Jahr älter ist, als sein ihm nächst vorhergehender

der Bruder; der älteste ist 3mal so alt, als sein jüngerer Bruder. Wie alt ist ein Jeder?

Des jüngsten Alter sey x Jahr
so ist des zweyten Alter $x + 4$ Jahr
-- des dritten -- $x + 8$ Jahr
-- des vierten -- $x + 12$ Jahr
-- des fünften -- $x + 16$ Jahr
-- des sechsten -- $x + 20$ Jahr

Aber nach der Voraussetzung muß
$3x = x + 20$ Jahr seyn
———————— x subtrahirt
bleibt $2x = 20$
———————— mit 2 dividirt

Alter des jüngsten $= x = 10$ Jahr
- des zweyten $= 14$ Jahr
- des dritten $= 18$ Jahr
- des vierten $= 22$ Jahr
- des fünften $= 26$ Jahr
- des sechsten $= 30$ Jahr.

Ein Vater, der wegen des Alters seiner zwey Kinder gefragt wurde, antwortete: daß sie Beide zusammen 21 Jahr alt wären, und daß das 3fache Alter des Aeltesten gleich dem 4fachen Alter des Jüngsten wäre. Wie alt ist ein jedes?

Des Jüngsten Alter sey $= x$
Das Alter des Aeltesten also $= 21 - x$

Der Aufgabe gemäß muß
$4x = 3\ (21 - x)$ seyn
oder $4x = 63 - 3x$
———————— $- 3x$ subtr.
kömmt $7x = 63$
———————— mit 7 dividirt

Aler des Jüngsten $x = 9$ Jahr
des Aeltesten $= 12$ Jahr
———————— addirt
21 Jahr Beyde zusammen.

Nach

Nach gelieferter Bataille wurde ein Kapitain gefragt, wie viel er Soldaten behalten hätte? Er soll geantwortet haben: 3mal so viel, als er verlohren hätte. wie er weiter gefragt wurde, wie viel er denn verlohren hätte? ertheilte er zur Antwort: die Zahl der Getödteten mit dem 6ten Theil derjenigen Zahl multiplicirt, so ihm geblieben sind, ist gleich der ganzen Mannschaft, die er hatte, ehe die Bataille geliefert wurde. Wieviel hat er behalten? wieviel sind getödtet, und wieviel hat er gehabt, ehe die Bataille geliefert wurde?

Die Zahl der getödteten Soldaten sollen x seyn
so hat er behalten - - $3x$ Soldaten.
addirt ———
Sämmtliche Mannschaft so er hatte, ehe
die Bataille geliefert wurde $= 4x$

Der zweyte Theil der Aufgabe wird in Zeichen so ausgedrückt

$$x.\ \tfrac{3}{6}x \text{ oder } \tfrac{x^2}{2} = 4x$$
——— mit 2 multiplicirt

$$\text{giebt } x^2 = 8x$$
——— mit x dividirt.

Die Zahl der Getödteten $= x = 8$
die er behalten $= 24$
addirt ———
Sämmtliche Soldaten
so er vor der Bataille
gehabt hat - 32

Diese Aufgabe schien anfänglich zum 2ten Grade zu gehören.

Ein Vater sagte: mein ältester Sohn ward gebohren, da ich 30 Jahr, mein jüngster, da ich 34 Jahr alt war; jezt beträgt mein Alter und das Alter meiner

ner beiden Söhne zusammengenommen 146 Jahr. Wie alt war der Vater und wie alt jeder Sohn?

Der jüngste Sohn sey jezt x Jahre alt
so hat der älteste . $x + 4$ Jahr
und der Vater . $x + 34$ Jahr
addirt
giebt $3x + 38$ Jahr, als das Alter aller drey zusammengenommen, es muß also

$$3x + 38 = 146 \text{ seyn}$$
38 subtrah.
$$\text{bleibt } 3x = 108$$
mit 3 dividirt
$$\text{folgl. } x = 36$$ Jahr gleich dem Alter des jüngsten.

Mithin das Alter des ältesten = 40 Jahr
und das Alter des Vaters = 70 Jahr

Summa 146 Jahr.

Eine Wittwe soll sich mit ihren 2 Söhnen und 3 Töchtern in eine Summa von 11000 Thlr. dergestalt theilen, daß ein Sohn 2mal mehr bekömmt als eine Tochter, und sie selbst so viel als beide Söhne: Wie viel bekömmt ein jedes?

Eine Tochter erhalte . x Thlr.
so erhalten 3 Töchter . $3x$ Thlr.
Ein Sohn wird hiernach erhalten $2x$ Thlr.
mithin beyde Söhne . $4x$ Thlr.
die Wittwe erhält also auch . $4x$ Thlr.

Summa $11x$

Diese Summe von $11x$ muß also denen Bedingungen der Aufgaben gemäß, gleich der ganzen Summe von 11000 Thlr. seyn, mithin haben wir folgende Gleichung.

$11 . x = 11000$ mit 11 dividirt

folglich $x = 1000$ Thlr. so viel hat jede Tochter erhalten.

Probe. Jede Tochter erhält 1000 Thlr. also alle
drey - - 3000 Thlr.
jeder Sohn wird also 2000 Thlr.
und beide - 4000 Thlr.
endlich die Wittwe - 4000 Thlr.

Summa 11000 Thlr.

Cajus hinterließ ein Testament, in welchem er folgendes verordnet hatte. Mein Frau soll die Hälfte meines ganzen Vermögens haben; mein Bruder gerade so viel, als der 3te Theil des ganzen Vermögens beträgt, und was übrig bleibt, soll der Kirche zufallen. Das, was der Kirche zufiel, betrug gerade 600 Thlr. Wie groß war das ganze Vermögen?

Das ganze Vermögen beträgt x Thlr.
hiervon hat also die Frau erhalten $\frac{x}{2}$ Thlr.
sein Bruder erhielt hiernach also $\frac{x}{3}$ Thlr.
die Kirche - 600 Thlr.

addirt

Summa $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 600$ Thlr.

Diese Summe muß dem ganzen nachgelassenen Vermögen gleich seyn

also $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 600 = x$

oder $\frac{5}{6} x + 600 = x$ $\frac{5}{6} x$ subtrahirt

bleibt $600 = \frac{1}{6} x$ mit 6 multipl.

folgl. $3600 = x =$ dem ganzen Vermögen.

Ein Vater hinterläßt 4 Söhne, welche sein hinterlassenes Vermögen folgendergestalt unter sich theilen,

len, der erste nimmt 3000 Thlr. weniger als die Hälfte des Ganzen; der zweyte nimmt 1000 Thlr. weniger als $\frac{1}{3}$ des Ganzen; der dritte nimmt genau den vierten Theil des Ganzen; der vierte nimmt 600 Thlr. und den fünften Theil der ganzen Erbschaft; Wie groß war die Erbschaft und wie viel hat ein jeder bekommen?

Das ganze Vermögen sey x Thlr. gewesen
Hiervon nimmt der erste $\frac{x}{2}$ -- 3000 Thlr.
der zweyte , $\frac{x}{3}$ -- 1000 Thlr.
der dritte , $\frac{x}{4}$
der vierte , $\frac{x}{5}$ + 600 Thlr.

Summa aller 4 Theile $= \frac{77}{60}x - 3400$ Thlr.

Alle 4 Söhne zusammen erhielten aber x Thlr.
mithin muß $\frac{77}{60}x -- 3400 = x$ seyn
— 3400 subtr.
bleibt $\frac{77}{60}x = x + 3400$
x subtr.
bleibt $\frac{17x}{60} = 3400$
mit $\frac{17}{60}$ multipl.
folglich $x = 12000$ Thlr. gleich der ganzen Erbschaft.

Wir haben also das ganze Vermögen gleich 12000 Thlr. gefunden.

Hiervon erhielt der erste - 3000 Thlr.
, der zweyte - 3000 Thlr.
, der dritte - 3000 Thlr.
, der vierte - 3000 Thlr.
addirt
Summa 12000 Thlr.

Wir sehen daß bey der Vertheilung jeder gleichviel erhalten hat; wenn uns dieses gleich beym Anfange der Aufgabe bekannt gewesen wäre, so hätten wir x leichter finden können, nemlich so:

Der

Der Theil des ersten ist gleich $\frac{x}{2} - 3000$ Thlr.
Der Theil des zweyten gleich $\frac{x}{4}$ Thlr.

mithin muste $\frac{x}{2} - 3000 = \frac{x}{4}$ seyn — 3000 subtr.

bleibt $\frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 3000$ $\frac{x}{4}$ subtr.

bleibt $\frac{x}{4} = 3000$ mit 4 mutilpl.

folglich $x = 12000$ Thlr. wie vorhin.

Die Glocke hat x geschlagen, rief ein Nachtwächter aus. Wie viel hats geschlagen? fragte ein Schwärmer; und jener erwiederte: die Hälfte, das Drittheil und das Viertel der Stunde ist um eins größer, als ihre Anzahl. Welches war die Anzahl der Stunden?

Die Hälfte der Stunde wäre $\frac{x}{2}$
Das Drittel „ $\frac{x}{3}$
Das Viertel „ $\frac{x}{4}$

Summa $\frac{13x}{12}$

Diese Summe soll aber um eins größer, als ihre Anzahl seyn.

mithin ist $\frac{13x}{12} = x + 1$ mit 12 multipl.

kömmt $13x = 12x + 12$ $12x$ subtr.

folgl. $x = 12$ dieses war die Anzahl der Stunden.

Probe. $\frac{x}{2} = 6$
$\frac{x}{3} = 4$
$\frac{x}{4} = 3$ addirt.

13 also um eins größer als 12.

Eine Mühle hat drey Mahlgänge von verschiedener Größe. In einer Stunde wurden auf dem ersten

sten 3 Scheffel, auf dem zweyten 2 Scheffel und auf dem dritten, nur $1\frac{1}{2}$ Scheffel abgemahlen. In wie viel Stunden kann die ganze Mühle 13 Wispel abmahlen?

Antwort in x Stunden.

Da nun auf dem ersten Gang alle Stunden 3 Scheffel gemahlen werden, so werden in x Stunden abgemahlen . . . $3x$ Scheffel
auf dem zweiten Gang $2x$ Scheffel
auf dem dritten Gang $x + \frac{1}{2}x$ Scheffel

Summa $6x + \frac{1}{2}x$ Scheffel.

So viel Scheffel wären also in x Stunden auf alle 3 Gänge abgemahlen; in x Stunden sollen aber 13 Wispel $= 13 \cdot 24$ Scheffel abgemahlen seyn, also muß $6x + \frac{1}{2}x = 13 \cdot 24$ seyn
oder $\frac{13}{2}x = 13 \cdot 24$ mit $\frac{13}{2}$ dividirt

folgl. $x = \frac{2 \cdot 13 \cdot 24}{13} = 48$ Stunden

Probe. Auf dem ersten Gang werden in 48 Stunden
gemahlen . . . $3 \cdot 48$ Scheffel
auf dem zweiten $2 \cdot 48$ Scheffel
auf dem dritten $\frac{3}{2} \cdot 48$ Scheffel
also auf alle 3 Gänge in 48 Stunden $(3 + 2 + \frac{3}{2}) \frac{48}{24} = 13$ Wispel.

An einen Bau haben täglich gearbeitet 1 Meister, 3 Gesellen, 2 Lehrbursche und 4 Handlanger. Der Meister bekam täglich 16 Gr., ein Geselle 12 Gr. ein Lehrbursche 8 Gr. und ein Handlanger 6 Gr. Das ganze Arbeitslohn betrug 92 Thlr. Wie lange hat der Bau gedauert?

Wir setzen, der Bau habe x Tage gedauert, so erhält der Meister in x Tagen $\frac{2}{3}x$ Thlr.
die 3 Gesellen , $3.\frac{1}{2}x$ Thlr.
die 2 Lehrburschen , $2.\frac{1}{3}x$ Thlr.
und die 4 Handlanger $4.\frac{1}{4}x = x$ Thlr.
addirt
Summa $\frac{23x}{6}$ Thlr. so viel haben sie alle zusammen erhalten. Dieses war aber in der Aufgabe zu 92 Thlr. angegeben; mithin ist

$$\frac{23.x}{6} = 92 \text{ Thlr.} \quad \text{mit } \frac{23}{6} \text{ dividirt}$$

folgl. $x = \frac{6.92}{23} = 6.4 = 24$ Tage.

Probe. Der Meister erhält in 24 Tagen - 16 Thlr.
die 3 Gesellen , - 36 Thlr.
die 2 Lehrbursche , - 16 Thlr.
und die 4 Handlanger , - 24 Thlr.
Summa 92 Thlr.

Ein Maurer nebst 18 Gesellen und 7 Handlanger haben 47 Thlr. erhalten, der Meister bekommt 9 Gr., der Geselle 8 Gr. und der Handlager 5 Gr. Tagelöhn. Wie viel Tage haben sie gearbeitet?

Antwort x Tage.

Und in x Tagen erhält der Meister $9x$ Gr.
die 18 Gesellen erhalten in x Tagen $18.\ 8x$ Gr.
die 7 Handlanger , , $7.\ 5x$ Gr.
addirt
also haben sie zusammen erhalten $188x$ Gr.

Die Aufgabe selbst meldet uns, daß sie 47 Thlr. erhalten haben, mithin $188x = 47.\ 24$
oder $4.\ 47x = 47.\ 24$ mit 4. 47 divid.
folgl. $x = 6$ Tage.

Probe.

Probe. In 6 Tagen erhält der Meister 2 Thlr. 6 Gr.
die 18 Gesellen - 36 Thlr. --
und die 7 Handlanger 8 Thlr. 18 Gr.

Summa 47 Thlr.

Man findet den Brief eines feindlichen Officiers, worinnen er schreibt: die Hälfte meines Commando ist gefangen, der 4te Theil auf dem Platze geblieben, und der 7te Theil hart verwundet; folglich habe ich nur 3 Mann bei mir. Wie groß ist sein Commando gewesen?

Wir wollen annehmen, daß das Commando x Mann gewesen sey,
so ist die Zahl der Gefangnen $= \frac{x}{2}$
die Zahl der auf dem Platz gebliebenen $= \frac{x}{4}$
und die Zahl der Verwundeten $= \frac{x}{7}$
die er noch bei sich hat, waren $= 3$ Mann
addirt
Sämmtliche Mannschaft $= \frac{25}{28}x + 3$ Mann.

Nun muß also $\frac{25}{28}x + 3 = x$ seyn $\quad \frac{25x}{28}$ subtr.
bleibt $3 = \frac{3}{28}x$ $\quad$ mit $\frac{3}{28}$ dividirt
folgl. $28 = x$

Probe. $\frac{28}{2} + \frac{28}{4} + \frac{28}{7} = 25$ Mann und also
$28 - 25 = 3$ Mann.

Nachdem jemand den 3ten und 5ten Theil seines mit gebrachten Geldes in einer Wette verlohren und ausgezahlet hätte, blieben ihm noch 35 Thlr. übrig. Wie viel Geld hat er bei sich gehabt?

Ich behaupte, er habe x Thaler bei sich gehabt.
Er hat überhaupt in der Wette verlohren

$\frac{x}{3}$

$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{5x+3x}{15} = \frac{8}{15}x$ Thlr.

addire ich nun zu diesen verlohrnen noch die 35 Thlr. die er noch übrig hat, so macht dies zusammen das Geld was er bei sich gehabt hat, und wir erhalten alsdann folgende Gleichung,

$\frac{8}{15}x + 35 = x$ — $\frac{8}{15}x$ subtrah.

bleibt $35 = \frac{7}{15}x$ — mit $\frac{7}{15}$ dividirt

folgl. $\frac{35 \cdot 15}{7} = 5 \cdot 15 = 75 = x$ Thlr.

Probe. $\frac{75}{3} + \frac{75}{5} = 25 + 15 = 40$ Thlr.
und $75 - 40 = 35$ Thlr.

Ein anderer hatte mit 3 Personen gewettet, mit dem ersten um $\frac{1}{3}$, mit dem zweyten um ein $\frac{1}{4}$ und mit dem dritten um $\frac{1}{8}$, von allem Gelde was er bei sich hatte. Nachdem er die beiden ersten Wetten verlohren und die dritte gewonnen hatte, hatte er überhaupt 11 Gr. verlohren. Wie viel Geld hat er bei sich gehabt?

Wir wollen das Geld, welches er bei sich gehabt hat, mit x bezeichnen,

an den ersten verlohren $\frac{x}{3}$ Thlr.
an den zweyten - - $\frac{x}{4}$ Thlr. — addirt
An beyde zusammen - $\frac{7x}{12}$ Thlr.
von dem dritten gewonnen $\frac{x}{8}$ Thlr. — subtr.
also überhaupt nur verlohren $\frac{11x}{24}$ Thlr.

es muß daher $\frac{11x}{24} = 11$ seyn — mit $\frac{11}{24}$ dividirt

folgl. $x = 24$ Gr. $= 1$ Thlr.

Probe. $\frac{24}{3} + \frac{24}{4} = 14$ Gr. so viel an die beiden ersten verlohren; $\frac{24}{8} = 3$ gr. gewonnen, also überhaupt $14 - 3 = 11$ Gr. verlohren.

Alex-

Alexander sprach zu seinen Generalen: ich bin 2 Jahr älter, als Ephestion. Clytus sagte: ich bin 4 Jahr älter als ihr beide. Calisthenes setzte hinzu: mein Vater ist 96 Jahr alt und folglich so alt, wie ihr alle zusammen. Wie alt war ein jeder?

Wüßten wir das Alter des Ephestion, so würden wir leicht finden, wie alt ein jeder von den andern wäre, wir wollen, da es uns unbekannt ist es x Jahr nennen, mithin

das Alter des Alexander $= x + 2$ Jahr
beyder Alter zusammen $= 2x + 2$ Jahr
hierzu , 4 Jahr addirt

Also das Alter des Clytus $= 2x + 6$ Jahr.

Das Alter des Ephestion + des Alexander + des Clytus gleich $(x) + (x + 2) + (2x + 6) = 4x + 8$ Jahr. Calisthenes sein Vater war 96 Jahr, oder so alt als alle drey zusammengenommen, mithin $4x + 8 = 96$

8 subtr.

$4x = 88$

folgl. $x = 22$ Jahr.

Probe. Ephestion 22 Jahr
Alexander 24 Jahr
Clytus 50 Jahr
addirt
96 Jahr das von Calisthenes Vater.

Der Fuß einer Säule ist $5\frac{1}{2}$ Fuß hoch, das darauf stehende Holzwerk beträgt die Hälfte der ganzen Säule; über dem Holze liegt Kupfer, dessen Höhe $\frac{1}{5}$, und darüber eine Vergoldung, dessen Höhe $\frac{1}{7}$ der ganzen Säule ausmachte. Wie hoch war die Säule?

Die

Die Säule sey hoch gewesen x Fuß
nun war der Fuß der Säule $5\frac{1}{2}$ Fuß
das darüber stehende Holzwerk $\frac{x}{2}$ Fuß
das hierüber liegende Kupfer $\frac{x}{5}$ Fuß
und die Vergoldung über den Kupfer $\frac{x}{7}$ Fuß
————————— add.

Höhe der ganzen Säule $= x = \frac{59}{70}x + 5\frac{1}{2}$ Fuß $\frac{59}{70}x$ subt.

bleibt $\frac{11x}{70} = \frac{11}{2}$ mit $\frac{11}{70}$ divid.

folgl. $x = \frac{70.11}{11.2} = 35$ Fuß.

Probe. Der Fuß der Säule $5\frac{1}{2}$ Fuß
das Holzwerk $17\frac{1}{2}$ Fuß
das Kupfer 7 Fuß
die Vergoldung 5 Fuß
————— addirt
35 Fuß Höhe der ganzen Säule.

Ein Vater hinterläßt seinen 11 Kindern 3600 Thlr. mit der Verordnung, daß eine jede Tochter 360 Thlr. ein jeder Sohn 300 Thlr. erhalten soll. Bei der Theilung gieng das Vermögen gerade auf. Wie viel Söhne und wie viel Töchter waren da?

Wenn wir die Anzahl der Töchter mit x bezeichnen, so haben wir $11 - x$ Söhne. Da nun jede Tochter 360 Thlr. erhält, so erhalten x Töchter $360x$ Thlr. und da jeder Sohn 300 Thlr. erhält, so erhalten $(11 - x)$ Söhne $300\,(11 - x)$ Thlr. Töchter und Söhne erhalten also zusammen

$360x + 300\,(11 - x) = 60x + 3300$ Thlr.

und wir haben folgende Gleichung

$60x + 3300 = 3600$
————————— 3300 subtr.

bleibt $60x = 300$
————————— mit 60 divid.

folgl. $x = 5$ Töchter,
mithin $11 - 5 = 6$ Söhne

Pro-

Probe. 6 Söhne erhalten $6 \cdot 300 = 1800$ Thlr.
5 Töchter erhalten $5 \cdot 360 = 1800$ Thlr.

Summa 3600 Thlr.

Aus der Probe ersehen wir, daß alle Töchter zusammen eben so viel, als alle Söhne erhalten haben. Wäre uns letzterer Umstand gleich bekannt gewesen, so hätten wir auch x durch folgende Gleichung gefunden,

$$360x = 300\,(11 - x)$$

oder $360x = 3300 - 300x$ — $300x$ subtr.

bleibt $660x = 3300$ mit 660 dividirt

folgl. $x = 5$ wie vorhin.

Dies trift aber bei dergleichen Aufgaben nicht allemal zu, daß das, was die Töchter zusammen erhalten, gerade so viel beträgt, als das, was die Söhne zusammen erhalten: z. B. wenn die Erbschaft statt 3600 Thlr., 3540 Thlr. betrug, so hätten wir bey den vorigen Data 4 Töchter, und also 7 Söhne.

Die 4 Töchter erhielten $4 \cdot 360 = 1440$ Thlr.
Die 7 Söhne „ $7 \cdot 300 = 2100$ Thlr.

Summa 3540 Thlr.

Man hat eine gewisse Summe in 17 Zahlungsterminen abgetragen, und zwar das erstemal 5 Thlr. die andern Zahlungstermine immer gleich viel mehr, und an den lezten Zahlungstermin bezahlte ich 53 Thlr. Wie viel habe ich jeden der folgenden Zahlungstermine immer mehr gegeben, und wie groß ist die ganze Summe, die ich in den 17 Zahlungsterminen bezahlt habe?

Jeden der folgenden Zahlungstermine habe ich x Thlr. mehr bezahlt, als den nächst vorhergehenden.

Also habe ich bezahlt im ersten Termin		5 Thlr.
Im 2ten	. .	$5 + x$ Thlr.
Im 3ten	. .	$5 + 2x$
Im 4ten	.	$5 + 3x$
Im 5ten	.	$5 + 4x$
Im 6ten	.	$5 + 5x$
Im 7ten	.	$5 + 6x$
Im 8ten	.	$5 + 7x$
Im 9ten	.	$5 + 8x$
Im 10ten	.	$5 + 9x$
Im 11ten	.	$5 + 10x$
Im 12ten	.	$5 + 11x$
Im 13ten	.	$5 + 12x$
Im 14ten	.	$5 + 13x$
Im 15ten	.	$5 + 14x$
Im 16ten	.	$5 + 15x$
Im 17ten	.	$5 + 16x$
	add.	
	Summa	$85 + 136x$

Im lezten Termin hatte ich also $5 + 16x$ Thlr. bezahlt. Laut der Aufgabe betrug dieses 53 Thlr. mithin muß $5 + 16x = 53$ seyn

5 subtr.

bleibt $16x = 48$

mit 16 dividirt

folglich $x = 3$ Thlr. die ich in jeden Termin mehr bezahlt habe.

Die ganze Summe, die ich also bezahlt habe, ist gleich $85 + 136x = 85 + 136 . 3$
$= 85 + 408 = 493$ Thlr.

Wem schon die Lehre von den arithmetischen Reihen hinlänglich bekannt ist, wird eine weit kürzere Auflösung dieser Aufgabe geben können. Wir versparen den

den Gebrauch der arithmetischen so wohl als geometrischen Reihen für ein besonderes Heft, worinnen wir alles mitnehmen werden, was irgend zur Verbreitung nützlicher Kenntnisse nützen kann und wird.

36 Thlr. sollen unter 6 Personen so vertheilt werden, daß jedesmal die nächstfolgende Person 1 Thlr. mehr bekömmt, als die nächstvorhergehende: Wie viel erhält eine jede?

Die erste Person erhält		x Thlr.
so erhält die 2te	,	$x + 1$ Thlr.
die 3te	,	$x + 2$ Thlr.
die 4te	,	$x + 3$ Thlr.
die 5te	,	$x + 4$ Thlr.
die 6te	,	$x + 5$ Thlr.

add.

Alle 6 Personen erhalten also zus. $6x + 15$ Thlr.

mithin muß $6x + 15$ Thlr. $= 36$ seyn;

15 subtr.

bleibt $6x = 21$

mit 6 dividirt

folgl. $x = 3\frac{1}{2}$ Thlr.

Probe.	Die erste Person erhält	$3\frac{1}{2}$	Thlr.
	mithin die 2te ,	$4\frac{1}{2}$	–
	die 3te , ,	$5\frac{1}{2}$	–
	die 4te , ,	$6\frac{1}{2}$	–
	die 5te , ,	$7\frac{1}{2}$	–
	die 6te , ,	$8\frac{1}{2}$	–
	Summa	36	Thlr.

Ein Vater hat einen Sohn, der 30 Jahre jünger ist, als er; sollte man aber das Alter von beyden addiren, so kämen 100 Jahre heraus. Wie alt ist der Vater, und wie alt ist der Sohn?

Nennen wir das Alter des Sohnes x; so ist das Alter des Vaters . . . $x + 30$ Jahr. add.

Sind also beyde zusammen alt $2x + 30$ Jahr.

Die Bedingung der Aufgabe giebt uns also folgende Gleichung

$$2x + 30 = 100 \quad \text{30 subtr.}$$

$$\text{bleibt } 2x = 70 \quad \text{mit 2 dividirt}$$

folgl. $x = 35$ gleich dem Alter des Sohnes, und folglich $35 + 30 = 65$ gleich dem Alter des Vaters.

Probe. Alter des Sohns war 35
– des Vaters war 65

Summa 100 Jahr.

Cajus und Mevius geben 17 Fl. aus; Cajus 5 Fl. mehr als Mevius. Wie viel gab ein jeder von beyden aus?

Wir wollen annehmen Mevius hätte ausgegeben . . . x Fl.
So hat Cajus ausgegeben . . $x + 5$ Fl. add.

Beyde zusammen haben demnach ausgegeben . . . $2x + 5$ Fl.

Es ergiebt sich also folgende Gleichung

$$2x + 5 = 17 \text{ Fl.} \quad \text{5 subtr.}$$

$$\text{bleibt } 2x = 12 \quad \text{mit 2 dividirt}$$

folgl. $x = 6$ Fl. so viel hätte also Mevius ausgegeben, und Cajus hat also $6 + 5 = 12$ Fl. ausgegeben.

Andere Auflösung:

Wenn Mevius x Fl. ausgegeben hat, so hat Cajus

$17 - x$ Fl. ausgegeben,

x Fl. hat Mevius ausgegeben,

———————— x subtr.

$17 - 2x$ Fl.

also hat Cajus $17 - 2x$ Fl. mehr ausgegeben, als Mevius; das giebt folgende Gleichung

$17 - 2x = 5$

———————— $-2x$ subtr.

bleibt $17 = 5 + 2x$

———————— 5 subtr.

bleibt $12 = 2x$, folgl. $x = 6$ Fl. wie vorhin.

Zwey Kaufleute haben ein Kapital von 1800 Thlr. zusammengelegt. Nach Verlauf von einiger Zeit haben Beyde gleichviel gewonnen, und der Gewinnst des ersten ist 3mal so groß, als seine eingelegte Summe; der Gewinnst des zweyten aber 5mal so groß, als seine eingelegte Summe.

Wie viel hat jeder eingelegt?

Wenn x die Einlage des ersten ist, so ist

$1800 - x$ gleich der Einlage des zweyten.

also $3x$ = Gewinnst des ersten

und $(1800 - x)\,5$ = Gewinnst des andern = $9000 - 5x$

mithin $3x = 9000 - 5x$

———————— $5x$ subtr.

bleibt $8x = 9000$

———————— mit 8 dividirt

folgl. $x = 1125$ Thlr. = Einlage des ersten

und also 675 Thlr. = Einlage des andern.

Probe. $3 \cdot 1125 = 3375$ Thlr.

und $5 \cdot 675 = 3375$ Thlr.

Beyde haben also gleich viel gewonnen, wie es die Aufgabe verlangt hat.

Zwey

Zwey Spieler machen einen Vertrag, es solle nach der zusammengebrachten Summe von 200 Thlr: der erste 6mal so viel bekommen, als sein Einsatz beträgt. Nach geendigten Spiel haben Beyde gleich viel gewonnen; was war die Einlage eines jeden?

Des ersten Einsatz sey $= x$, so ist des andern Einsatz $= 200 - x$

also $6x =$ dem, was der erste gewonnen,

und $10\,(200 - x.) = 2000 - 10x =$ dem Gewinnst des zweyten

mithin $6x = 2000 - 10x$
——————— $-\,10x$ subtr.

bleibt $16x = 2000$
——————— mit 16 dividirt

folgl. $x = 125$ Thlr. $=$ Einsatz des ersten,

und also - - 75 Thlr. $=$ Einsatz des zweyten

Probe. $6.\ 125 = 750$ Thlr. $=$ Gewinnst des ersten

und $10.\ 75 = 750$ Thlr. $=$ Gewinnst des zweyten

Diese Aufgabe stehet in Herrn Prof. Rusler gemeinfaßlichen Anleitung zur Algebra, Stuttgart, 1789. Seite 31, dort muß statt 300 Fl., 200 Fl. gelesen werden.

Es soll eine gegebene Zahl (a) dergestalt in 2 Theile getheilt werden, daß, wenn man den einen Theil mit (m) und den andern mit (n) multiplicirt, die beyden Produkte einander gleich sind.

Der Theil, der mit m multiplicirt werden soll, sey $= x$; so ist der andere $= a - x$

Das Produkt x mit $m = mx$

n mit $(a - x) = na - nx$

mithin $mx = na - nx$
——————— $-\,nx$ subtr.

bleibt $mx + nx = na$

oder $(m + n)\,x = n.a$
——————— mit $(m+n)$ div.

folgl. $x = \frac{na}{m+n}$

Nach

Nach dieser Generalformel können unzählige Aufgaben aufgelößt werden, bey denen eine gewisse Zahl eben so getheilt werden soll, und wo die Zufälligkeiten weggelassen werden. Die zwey nächst vorhergehenden Aufgaben suppeditiren hiezu Beispiele. Z. E.

in der nächst vorhergehenden Aufgabe, ist $200 = a$ und $6 = m$, und $10 = n$

mithin $x = \frac{10 \cdot 200}{6+10} = 125$ wie vorhin.

Jemand spielt eine goldene mit Brillanten besetzte Uhr aus: giebt er nun das Loos zu 5 Thlr., so verliert er 42 Thlr., denn so viel hätte sie ihm mehr gekostet, nimmt er aber für jedes Loos 6 Thlr., so bekömmt er 58 Thlr. mehr, als ihm die Uhr selbst gekostet hat. Wie viel hat ihm also die Uhr gekostet, und wie viel Loose ist er los geworden?

Die Zahl der Loose sey $= x$

so ist $5x + 42 =$ dem Werth der Uhr,

und auch $6x - 58 =$ dem Werth der Uhr

mithin $5x + 42 = 6x - 58$ — $5x$ subtr.

bleibt $42 = x - 58$ — -58 subtr.

folgl. $100 = x =$ der Zahl der Loose;

also hat die Uhr gekostet 542 Thlr.

Probe. Wenn für 1 Loos 5 Thlr. gegeben wird, so werden für 100 Loose 500 Thlr. gelößt, mithin fehlen an 542 Thlr. noch 42 Thlr. Aber jedes Loos zu 6 Thlr., macht für 100 Loose 600 Thlr., also 58 Thlr. zu viel, den Bedingungen der Aufgabe gemäß.

Siehe Nußlers Algebra, Seite 32.

An-

Anmerk. Wenn jemand eine Sache auszuspielen hat, so macht er gewöhnlich nur 90 Loose, denn so viel Nummern sind in der Zahlenlotterie. In den vorigen Aufgaben fanden wir aber, daß Er 100 Loose untergebracht hat, also 10 Loose mehr, als nach der Zahlenlotterie möglich ist. Er muß also entweder einige Zahlen doppelt untergebracht haben, welches Betrügerey wäre, oder er hat irgend nach einem andern Glücksspiele ausspielen lassen, welches 100 oder mehrere Nummern enthält. Hier erinnere ich es blos um derjenigen Leser willen, die etwa Jemandem eine dergleichen Aufgabe aufgeben wollten, in Beziehung auf die Zahlenlotterie. Würden sie also die Aufgabe so aufgeben, wie die vorige, so würde die Antwort ungereimt seyn, und dem keine Ehre machen, der die Aufgabe aufgegeben hätte; es sey denn der Fall, daß er Jemand damit auf die Probe stellen wollte, um zu sehen, ob er auch nicht bloßer Calculator, sondern ein philosophischer Analyst wäre.

Dem bloßen Calculator ist die Algebra so was, als ihm eine Savoyardenorgel ist, daran er dreht, und sich manchmal selbst wundert, wo die Mistöne herkommen. Ich muß also bey Auflösung einer Aufgabe zugleich Sachkenntniß verbinden.

Eine Mutter hat Aepfel, giebt sie jedem ihrer Kinder 6, so behält sie für sich 5 übrig; giebt sie aber jedem 7 Aepfel, so muß sie von ihrer Nachbarinn noch 3 Stück kaufen, denn so viel fehlen ihr, um jedem ihrer Kinder 7 Aepfel zu geben.

Wie viel Kinder und wie viel Aepfel hat sie gehabt?

Antwort. x Kinder. Erhält nun jedes Kind 6 Aepfel, so erhalten x Kinder $6x$ Aepfel: bekommt aber jedes Kind 7 Aepfel, so erhalten x Kinder $7x$ Aepfel.

Im

Im ersten Fall behielt die Mutter 5 Aepfel übrig, im andern fehlten ihr 3 Stück;

mithin ist $6x + 5 =$ die Anzahl der Aepfel
und auch $7x - 3 =$ die Anzahl der Aepfel;

also $6x + 5 = 7x - 3$. — $6x$ subtr.
bleibt $5 = x - 3$ — 3 subtr.
folgl. $8 = x$ Kinder
und also $6 . 8 + 5 = 53$ Aepfel.

Probe. Jedes Kind 6 Stück, macht $6 . 8 = 48$.
Jedes Kind 7 Stück, macht $7 . 8 = 56$.

Im ersten Fall sind also 5 übrig, und im zweyten drey zu wenig.

Man sucht eine Zahl, welche zu Bestimmungen einer ebenfalls unbekannten, wenn sie etliche bestimmtemale genommen wird, etwas Bestimmtes zu wenig, und wenn sie weiter genommen wird, etwas Bestimmtes zu viel giebt.

Auflösung:

Die zu suchende Zahl sey gleich x

a) zeigt die etliche bestimmtemale an, die x genommen werden muß, um etwas Bestimmtes $= c$ zu wenig zu haben.

b) zeigt die etliche bestimmtemale an, die x genommen werden muß, um etwas bestimmtes $= d$ zu viel zu haben.

Die ebenfalls noch Unbekannte wollen wir mit y bezeichnen.

So ist den Bedingungen der Aufgabe gemäß,

$$ax + c = y$$

auch $bx - d = y$

mithin $ax + c = bx - d$ — d subtr.

bleibt $ax + c + d = bx$ ax subtr.

bleibt $c + d = bx - ax$

oder $c + d = (b - a)\,x$ mit (b—a) dividirt

folgl. $\frac{c + d}{b - a} = x.$

In Worten ausgedrückt giebt dies folgende Regeln:

1. Man addiret, was in einem Fall zu wenig, und im andern Fall zu viel gegeben worden.
2. Man subtrahirt die geringere Zahl des Werths von der größern.
3. Man dividire n. 1 durch n. 2, so erhält man das Verlangte.

Zur Erläuterung dieser Aufgaben und Formel können die zwey nächst vorhergehenden Aufgaben dienen.

In der nächst vorhergehenden Aufgabe ist
$a = 6,\ b = 7,\ c = 3,\ d = 5$
folgl. $x = \frac{c + d}{b - a} = \frac{3 + 5}{7 - 6} = 8$ Kinder; wie vorhin.

In der auf dieser letzeen folgenden Aufgabe ist
$a = 5,\ b = 6,\ c = 42,\ d = 58$
folgl. $x = \frac{c + d}{b - a} = \frac{42 + 58}{6 - 5} = 100$ Looſe; wie vorhin.

Eben das finden wir auch nach der in Worten ausgedruckten Regel, und Anfängern ist zu rathen, die Aufgaben auch hiernach aufzulösen.

Vier Soldaten A, B, C, D, haben 112 Fl. also zu theilen, daß jederzeit der folgende 2mal so viel, und noch 2 Fl. mehr, als der vorhergehende bekomme. Wie viel erhält ein Jeder?

A erhalte . . . x Fl.
so erhält B . . $2x + 2$ Fl.
– C . . $4x + 6$ Fl.
– D . . $8x + 14$ Fl. addirt

alle Viere erhalten demnach zus. $15x + 22$ Fl.

laut der Aufgabe erhielten sie alle Viere 112 Fl.; mithin muß $15x + 22 = 112$ seyn, 22 subtr.

bleibt $15x = 90$ mit 15 dividirt

folgl. $x = 6$ Fl. so viel erhält A.

Probe. A erhält 6 Fl.
B -- 14 Fl.
C -- 30 Fl.
D -- 62 Fl.

Summa 112 Fl.

Es hat Jemand 3 Scheffel Waitzen mehr als Haber, und 2 Scheffel Rocken mehr als Waitzen, und in allen hat er 44 Scheffel. Wie viel hat er von jeder Sorte?

Wir setzen, daß er x Scheffel Haber habe:
so wird er . . $x + 3$ Scheffel Waitzen haben,
und . . $x + 5$ Scheffel Rocken:

Sämtl. Scheffelz. $= 3x + 8$ Scheffel.

Die Scheffelzahl wurde aber zu 44 angegeben, mithin muß $3x + 8 = 44$ seyn 8 subtr.

bleibt $3x = 36$ mit 3 dividirt

folgl. $x = 12$ Scheffel Haber.

Pro-

Probe. $x = 12$ Scheffel Haber,
$x + 3 = 15$ Scheffel Waitzen,
$x + 5 = 17$ Scheffel Rocken,

Summa 44 Scheffel.

Ich habe in einer Stube 18 Stück Meubles, 3mal so viel Tische als Sophas, und 4mal so viel Stühle als Tische, und nur den 6ten Theil so viel Spiegel als Stühle: Wie viel Sophas, Tische, Stühle und Spiegel habe ich in dieser Stube?

Gesetzt ich hätte , , x Sophas,
so muß ich laut der Aufgabe $3x$ Tische haben,
ferner , , $12x$ Stühle,
und , , $2x$ Spiegel;
addirt
Die Zahl der Stück Meubles $= 18x$.

18 ist auch = der Zahl der Stück Meubles,
mithin muß $18x = 18$ seyn
mit 18 dividirt
folgl. $x = 1$ Sopha.

Probe. Ich habe also 1 Sopha,
folgl. , 3 Tische,
, , 12 Stühle,
und , 2 Spiegel.

Zusammen 18 Stück Meubels.

Wenn der Malter Roggen 6 Thlr. und der Malter Haber 5 Thlr. gilt, und man will beyderseits gleichviel Malter haben; so fragt es sich, wie viel man von jeder Sorte um 77 Thlr. bekomme?

Antwort: x Malter Roggen, und eben so viel Haber.

Auf-

Auflösung: Da der Malter Roggen 6 Thlr. gilt, so
gelten x Malter " " $6x$ Thlr.
Ein Malter Haber gilt 5 Thlr., also x Malter $5x$ Thlr.
add.
x Malter Rogg. u. x Malter Hab. gelten also $11x$ Thlr.

Wollen wir daher der Aufgabe Genüge leisten, so müssen wir schließen, daß

$11x = 77$ sey — mit 11 dividirt

folgl. $x = 7$ Malter,

mithin von jeder Sorte 7 Malter.

Probe. 7 Malter Roggen à 6 Thlr., beträgt 42 Thlr.
7 Malter Haber à 5 Thlr., beträgt 35 Thlr.
Summa 77 Thlr.

Ich habe 14 Malter Roggen und Haber zusammengenommen auf dem Boden: diese kosten mir 77 Thlr., der Malter Roggen kostet 6 Thlr. und der Malter Haber 5 Thlr. Wie viel habe ich von jeder Sorte?

Gesetzt ich hätte x Malter Roggen, so müßte ich $14 - x$ Malter Haber haben.

x Malter Roggen zu 6 Thlr. beträgt $6x$ Thlr.
$14 - x$ Malter Haber zu 5 Thlr. beträgt $70 - 5x$ Thlr.
addirt
Roggen und Haber zusammen kostet also $70 + x$ Thlr.

Laut der Aufgabe kostete Roggen und Haber zusammen 77 Thlr., mithin muß

$70 + x = 77$ seyn — 70 subtrahirt

folgl. $x = 7$ Malter Roggen

mithin auch 7 Malter Haber.

Probe. 7 Malter Roggen zu 6 Thlr. beträgt 42 Thlr.
7 Malter Haber zu 5 Thlr. beträgt 35 Thlr.
also 14 Malter " " betragen 77 Thlr.

Wenn

Wenn man noch einmal so viel neuen als alten Wein kaufen will, und der neue Wein 20 Fl., der alte aber 45 Fl der Eymer kostet; wie viel bekommt man von jeder Sorte um 255 Fl.?

x Eymer alten Wein, und also $2x$ Eymer neuen Wein, werden wir bey den Bedingungen der Aufgabe bekommen;

x Eymer alter Wein à 45 Fl. kosten . . $45x$ Fl.
$2x$ Eymer neuer Wein à 20 Fl. kosten . . $40x$ Fl.
addirt ——————
x Eymer alter u. $2x$ Eymer neuer kosten also zus. $85x$ Fl.

Letzteres giebt uns auch die Aufgabe selbst zu 255 Fl. an,

mithin ist $85x = 255$
——————— mit 85 dividirt
$x = 3$ Eymer alten Wein,
also . . 6 Eymer neuen Wein.

Probe. 3 Eymer alten Wein à 45 Fl., betragen 135 Fl.
6 Eymer neuen Wein à 20 Fl., betragen 120 Fl.
Summa 255 Fl.

Ich habe 3 Eymer alten und 6 Eymer neuen Wein. Diese kosten zusammen 255 Fl. und ein Eymer alter Wein ist um 25 Fl. theurer als der neue Wein. Wie viel hat von jeder Sorte der Eymer gekostet?

Der Eymer neuer Wein habe x Fl. gekostet,
so wird der Eymer alter Wein $x + 25$ Fl. gekostet haben.

6 Eymer neuen Wein zu x Fl. kosten $6x$ Fl.
3 Eymer alten Wein zu $x + 25$ Fl. kosten $3x + 75$ Fl.
9 Eymer alten u. neuen Wein kosten also $9x + 75$ Fl.
laut der Aufgabe kosteten sie 255 Fl.

mit=

mithin ist $9x + 75 = 255$
75 subtr.
bleibt $9x = 180$
mit 9 dividirt
folgl. $x = 20$ Fl. ein Eymer neuer Wein
und also ein Eymer alter $= 45$ Fl.

Probe. 6 Eymer à 20 Fl. kosten , 120 Fl.
3 Eymer à 45 Fl. kosten , 135 Fl.
Summa 255 Fl.

Es bezahlt jemand für 15 ℔. Butter und 9 ℔. Schmalz zusammen 8 Fl. 27 Kr. = 507 Kr., und giebt für das ℔. Schmalz 3 Kr. mehr, als für das ℔ Butter. Wie hoch hat er das ℔. von jeder Sorte bezahlt?

Für das ℔. Butter sind x Kr. bezahlt, und also für das ℔. Schmalz $x + 3$ Kr.

15 ℔. Butter à x Kr. kosten , $15x$ Kr.
9 ℔. Schmalz à $x + 3$ Kr. kosten $9x + 27$ Kr.
Butter und Schmalz kosten also $24x + 27$ Kr.
Butter und Schmalz kosten auch zusammen 507 Kr.
mithin muß $24x + 27 = 507$ seyn
27 subtr.
bleibt $24x = 480$
mit 24 dividirt
folgl. $x = 20$ Kr. soviel kostet ein ℔. Butter,
und ein ℔. Schmalz kostet demnach 23 Kr.

Probe. Denn 15 ℔. Butter à 20 Kr. betragen 300 Kr.
und 9 ℔. Schmalz à 23 Kr. betragen 207 Kr.
Summa 507 Kr.

Eine gewisse Garnison kostet täglich 6000 Fl. und eine andere 7000 Fl. Es frägt sich, in welcher Zeit beyde mit einander 78000 Fl. kosten?

Ant-

Antwort, in x Tagen.

Denn da die erste Garnison täglich 6000 Fl. verzehrt; so verzehrt sie in x Tagen . . 6000x Fl.
die zweyte Garnison, die täglich 7000 Fl. verzehrt, verzehrt in x Tagen 7000x Fl.

Beyde Garnisonen verzehren daher in x Tagen 13000x Fl.

78000 = dem was beyde Garnisonen in x Tagen verzehren,

mithin ist $13000 = 78000$ mit 13000 div.

folgl. $x = 6$ Tage.

In 6 Tagen werden also beyde 78000 Fl. verzehren.

Probe. Erste Garnison verzehrt in 6 Tagen überhaupt . 6. 6000 = 36000 Fl.
und die zweyte Garnison in 6 Tagen 6. 7000 = 42000 Fl.

Summa 78000 Fl.

Zwey Garnisonen verzehren in 6 Tagen zusammen 78000 Fl., die eine aber täglich 1000 Fl. mehr als die andere. Wie viel verzehrt jede Garnison täglich?

x Fl. werden täglich von der einen Garnison mithin $x + 1000$ Fl. täglich von der andern Garnison verzehrt.

in 6 Tagen à x Fl. täglich beträgt 6x Fl.
und in 6 Tagen à $x + 1000$ Fl. täglich beträgt . . $6x + 6000$ Fl.

also verzehren in 6 Tagen beyde zusam. $12x + 6000$ Fl.

Beyde Garnisonen verzehren in 6 Tagen laut der Aufgabe 78000 Fl.

Es

Es muß daher

$12x + 6000 = 78000$ seyn — 6000 subtr.

bleibt $12x = 72000$ — mit 12 dividirt,

folgl. $x = 6000$ Fl. so viel verzehrt täglich die eine Garnison. Die andere verzehrt demnach täglich 7000 Fl.

Die Probe ist wie bey der nächst vorhergehenden Aufgabe.

Es kauft jemand ein Stück Tuch, die Elle um 8 Kr., verkauft es wieder die Elle um 11 Kr. und gewinnt 42 Kr. Es frägt sich, wie viele Ellen das Stück Tuch gehalten?

Wir wollen setzen, es hätte x Ellen gehalten. Da er nun die Elle zu 11 Kr. verkauft hat; so hat er für die x Ellen „ „ „ $11x$ Kr. gelöst,
beym Einkauf kosten ihm x Ellen à 8 Kr. $8x$ Kr. — subtr.
Daher hat er bey dem Verkauf gewonnen, $3x$ Kr.

Laut der Aufgabe hat er 42 Kr. gewonnen;
mithin ist $3x = 42$. — mit 3 dividirt,
folgl. $x = 14$ Ellen hat das ganze Stück Tuch gehalten.

Probe. 14 Ellen à 11 Kr. macht 154 Kr.
14 Ellen à 8 Kr. macht 112 Kr. — subtr.
Gewinnst = 42 Kr.

Die Probe macht man kürzer so:

$14 . 11 - 14 . 8 = 14 (11 - 8) = 14 . 3 = 42$ Kr. Gewinnst.

Ein Stück Tuch wird eingekauft um 112 Kr., und wieder verkauft zu 154 Kr.: bey dem Verkauf

wird an der Elle 3 Kr. gewonnen. Wie viel Ellen Tuch hat das Stück gehalten, und wie viel hat die Elle sowol bey dem Einkauf, als Verkauf gekostet?

Die Elle Tuch habe bey dem Einkauf x Kr. gekostet, so hat sie bey dem Verkauf $x + 3$ Kr. gegolten. Da das Stück Tuch 112 Kr. gekostet hat, und man rechnet die Elle zu x Kr., so muß es $\frac{112}{x}$ Ellen gehalten haben.

Dasselbe Stück Tuch ist zu 154 Kr. verkauft, die Elle zu $x + 3$ Kr., mithin haben wir wieder einen Ausdruck für die Anzahl Ellen, die es gehalten hat, nemlich $\frac{154}{x+3}$, daher folgt, daß

$$\frac{154}{x+3} = \frac{112}{x} \text{ ist}$$
mit x mult.

giebt $\frac{154x}{x+3} = 112$
mit $x+3$ multipl.

giebt $154x = 112x + 3 . 112$
$112x$ subtr.

bleibt $42x = 3 . 112$
mit 42 dividirt,

folgl. $x = \frac{3 . 112}{42} = \frac{112}{14} = 8$ Kr. soviel hat die Elle bey dem Einkauf gekostet.

Also bey dem Verkauf galt die Elle 11 Kr., und das Tuch hat 14 Ellen gehalten.

Probe. 14 Ellen à 8 Kr. betragen 112 Kr. Einkauf.
14 Ellen à 11 Kr. betragen 154 Kr. Verkauf.

Kürzer hätte diese Aufgabe so aufgelöst werden können:

Verkauft war das Stück Tuch zu 154 Kr.
Eingekauft zu , , 112 Kr.

Also Gewinnst 42 Kr.

Diese 42 Kr. Gewinnst kommen daher, daß bey dem Verkauf die Elle 3 Kr. theuerer verkauft ist. Nennen wir also die Anzahl Ellen, die das Tuch gehalten hat, x: so muß

$3x = 42$ seyn,
mit 3 dividirt,
folgl. $x = 14$ Ellen, wie vorhin.

Dividirt man nun mit 14 in 112, so erhält man 8 Kr., so viel hat die Elle bey dem Einkauf gekostet.

Und $\frac{154}{14} = 11$ Kr. so viel bey dem Verkauf, und $11 - 8 = 3$ Kr. an einer Elle Gewinnst.

Es soll jemand über 3 Jahre 460 Fl. bezahlen. Wenn er nun gleich jetzt seine Schuld abtragen will, wie viel muß er geben, daß solches Geld mit dem 3jährigen Zins, so viel als obige 460 Fl. ausmache, den Zins zu 5 Procent gerechnet?

Wir wollen das, was er gleich jetzt bezahlen muß, mit x Fl. bezeichnen.

Diese x Fl. nebst ihren 3jährigen Interessen à 5 Procent, müssen zusammen 460 Fl. ausmachen. Die einjährige Interesse von x Fl. à Procent beträgt $\frac{1}{20}x$ Fl., also die 3jährige $3 \cdot \frac{1}{20}x = \frac{3x}{20}$ Fl.

mithin $x + \frac{3x}{20} = 460$ Fl.
mit 20 mutipl.
kommt $20x + 3x = 9200$
oder $23x = 9200$
mit 23 dividirt,
folgl. $x = 400$ Fl., so viel muß er gleich jetzt baar bezahlen.

Probe.	Jetzt gleich baar . . .	400 Fl.
	3jährige Interes. à 5 Proc. von 400 Fl.	60 Fl.
	Summa	460 Fl.

Man will ein 15 eymeriges Faß mit zweyerley Wein füllen, davon der Eymer des Geringern 24 Fl. und des Bessern 42 Fl. kostet; es fragt sich, wie viel

 mal

man von Beyden zu nehmen habe, daß der vermischte Eymer 30 Fl. koste?

Von dem guten Wein nehme man x Eymer, so muß man $15 - x$ Eymer schlechten Wein nehmen. x Eymer à 42 Fl. kosten . . . $42x$ Fl.
$15 - x$ Eymer à 24 Fl. kosten $360 - 24x$ Fl.
addirt,
Die 14 Eymer vermis. Wein kost. $360 + 18x$ Fl.
Also ein Eymer $\frac{360+18x}{15} = \frac{120+6x}{5}$ Fl.

Ein Eymer vermischter Wein soll aber nicht höher als 30 Fl. kosten,

mithin muß $\frac{120+6x}{5} = 30$ seyn
mit 5 multipl.
giebt $120 + 6x = 150$
mit 6 dividirt,
giebt $20 + x = 25$
20 subtrah.
folgl. $x = 5$ Eymer von dem guten Wein, daher 10 Eymer von dem schlechten.

Es will jemand mit Wein, davon der Eymer 16 Fl. kostet, und mit Wasser, ein eineymeriges Faß füllen, und zwar so, daß man den Eymer davon für 12 Fl. geben könne; es frägt sich, wie viel man von Beyden zu nehmen habe?

Von dem Eymer Wein nehme ich den Theil x also vom Wasser $1 - x$,

$x$tel von Eymer à 16 Fl. kostet, $16x$ Fl.
$1 - x$ Wasser kostet gar nichts;

also muß blos das, was der $x$te Theil von Eymer Wein kostet, so viel betragen, als der Eymer Wein, so mit Wasser versetzt ist,

mithin ist $16x = 12$
mit 16 dividirt,
folgl. $x = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ von dem Eymer Wein und $\frac{1}{4}$ Wasser,

oder

oder da ein Eymer 16 Imi hält: so nimmt man
12 Imi Wein
und 4 Imi Wasser,

Summa 16 Imi oder ein Eymer.

Probe. $\frac{3}{4}$ Eymer Wein kosten à 16 Gr. - 12 Gr.

Man weiß den Preiß eines Maaßes von einer bessern und einer geringern Sorte; man will wissen, wie viel von beyderley Sorte untereinander gemischt werden müsse, um dies Maaß auf einen verlangten Preiß zu bringen.

Der Theil vom guten $= x$
also vom geringern $= 1 - x$
Preiß des guten $= a$
des geringern - $= c$

Nun inferirt man:
1 Maaß vom guten kostet - a
Was kostet x? kommt - ax
1 Maaß vom geringern kostet - b
Was kostet $1 - x$? kommt - $b - bx$,
addirt,
1 Maaß guten u. geringen vermischt, kostet $b + ax - bx$.

laut der Aufgabe war dies letzere $= c$,
demnach ist $b + ax - bx = c$
oder $b + (a - b)\,x = c$
b subtr.
bleibt $(a - b)\,x = c - b$
mit a—b div.
folgl. $x = \frac{c - b}{a - b}$ vom bessern.

Demnach vom schlechtern $= 1 - x =$
$= 1 - \frac{c - b}{a - b} = \frac{a - b - (c - b)}{a - b} = \frac{a - c}{a - b}$

also vom bessern $\frac{c - b}{a - b}$

vom geringern $\frac{a - c}{a - b}$

Zur

Zur Erläuterung dieser allgemeinen Formeln mag die, vor der nächst vorhergehenden Aufgabe dienen.

Hier ist $a = 42$, $b = 24$, $c = 30$ also von einem Eymer guten Wein nimmt man $\frac{c - b}{a - b}$ $= \frac{30 - 24}{42 - 24} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$,

und vom schlechten $\frac{a - c}{a - b} = \frac{42 - 30}{42 - 24} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.

Dies letztere hätte ich nicht nöthig gehabt nach der Formel zu berechnen, indem ich schliessen konnte, von 1 Eymer guten Wein nehme ich $\frac{1}{3}$, also fehlen noch $\frac{2}{3}$ zum Ganzen, diese nehme ich offenbar vom schlechten Weine. Hiermit wäre die dort gegebene Aufgabe noch nicht völlig aufgelöst, denn sie verlangt nicht zu wissen, wie viel ich zu einem Eymer gemischten Wein, sondern zu 15 Eymer gemischten Wein von jeder Sorte nehmen soll, und da muß ich denn weiter so schliessen: zu einem Eymer muß ich von dem guten Wein $\frac{1}{3}$ Eymer nehmen, also zu 15 Eymer $15 . \frac{1}{3}$ $= 5$ Eymer guten und also 10 Eymer von schlechten, nemlich:

$$15 - 5 = 10 \text{ und } 10 \text{ ist } = \tfrac{2}{3} . 15.$$

In der nächst vorhergehenden Aufgabe soll Wasser zum Wein gemischt werden. Wasser gilt gar nichts: mithin wird in den Formeln,

$\frac{c - b}{a - b}$ und $\frac{a - c}{a - b}$, für diesen Fall $b = 0$,

und wir haben alsdann folgende Formeln

$$\frac{c}{a} \text{ und } \frac{a - c}{a}$$

In der nächst vorhergehenden Aufgabe ist,

$a = 16$, $c = 12$,

also $\frac{c}{a} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ Eymer Wein,

und $\frac{a - c}{a} = \frac{16 - 12}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ Eymer Wasser.

In

In einer Stadt liegen Reuter und Infanteristen, zusammen 300 Mann. Ein Infanterist bekömmt monatlich 5 Thlr., ein Reuter 8 Thlr. und der ganze Sold beträgt monatlich 1800 Thlr. Wie viel Reuter und wie viel Infanteristen waren in der Stadt?

Wir wollen annehmen, daß x Infanteristen in der Stadt gewesen sind, so haben wir $300 - x$ Reuter in der Stadt.

Die x Infanteristen bekommen also monatlich $5x$ Thlr. und die $300 - x$ Reuter $8(300 - x)$ addirt, Inf. u. Reut. erhalten also zusammmen,

$5x + 8(300 - x) = 2400 - 3x$. Der ganze Sold beträgt monatlich 1800 Thlr.; mithin ist

$1800 = 2400 - 3x$ mit -1 multipl.

erhält man $-1800 = -2400 + 3x$ $+ 2400$ subtr.

kommt $600 = 3x$ mit 3 dividirt,

folgl. $200 = x$ Infanteristen,

mithin 100 Reuter.

Probe. $200 . 5 = 1000$ Thlr.
$100 . 8 = 800$ Thlr.

Summa 1800 Thlr.

Wenn wir die Zahl der Reuter x nannten: so wären $300 - x$ Infanteristen gewesen.

Die x Reuter hätten monatlich $8x$ Thlr. erhalten, und die $300 - x$ Infanteristen $5(300 - x)$ Thlr. addirt.

Reuter und Infanteristen zusamm. $8x + 5(300 - x) = 3x + 1500$:

Dem-

Demnach muß $3x + 1500 = 1800$ seyn

1500 subtr.

bleibt $3x = 300$

mit 3 dividirt,

folgl. $x = 100$ Reuter und also

200 Infanterist. wie vorhin.

Diese Auflösung ist kürzer und leichter als die vorige, und ehe man unternimmt, eine aufzulösen, ist es nöthig erst zu überlegen, welches der kürzeste und leichteste Weg zum Ziele ist! Hierüber Regeln zu geben, ist unnöthig. Wer viele Aufgaben aufgelöst, und dabey mehrere Auflösungen einer Aufgabe versucht hat, wird sich selbst diese Kunstgriffe erwerben, und die dazu nöthigen Regeln erfinden.

Eine Stadt hat 200 Brauhäuser, 400 große Bürgerhäuser, 500 Mittelhäuser und 600 kleine Häuser. In dieser Stadt sollen 3000 Soldaten einquartiert werden, und zwar soll ein großes Bürgerhaus halb so viel Mann als ein Brauhaus in Quartier haben, und ein Mittelhaus halb so viel als ein großes, und ein kleines halb so viel als ein Mittelhaus. Wie viel Soldaten hat jedes von den genannten Häusern einquartirt erhalten?

Setzen wir, daß ein Brauhaus zur Einquartirung x Soldaten erhält,

so erhält ein groß Bürgerhaus $\frac{x}{2}$

ein Mittelhaus „ $\frac{x}{4}$

ein kleines Haus „ $\frac{x}{8}$

also werden wir einquartiren in die 200 Brauhäuser, „ $200. x$ Soldaten, in die 400 große Bürgerh.

$400. \frac{x}{2} = 200. x$ in die 500 Mittelhäuser,

$500. \frac{x}{4} = 125. x$ und in die kleinen

$600. \frac{x}{8} = 75. x$ addirt, sämtl. Sold. so in der Stadt einq. sind $= 600. x$ Soldaten.

Wir

Wir haben daher folgende Gleichung:

$$600x = 3000$$

mit 600 dividirt,

folgl. $x = 5$ Mann, so viel erhält ein Brauhaus Einquartirung.

Mithin erhält ein groß Bürgerhaus $\frac{5}{2}$ Mann, oder 2 große Bürgerhäuser erhalten 5 Mann. Ein Mittelhaus bekommt $\frac{5}{4}$ Mann, oder 4 Mittelhäuser erhalten zusammen 5 Mann, und ein kleines Haus erhält $\frac{5}{8}$ Mann, oder 8 kleine Häuser bekommen 5 Mann.

Probe.	200 Brauhäuser erhalten also	1000 Mann,
	400 große Brügerhäuser	1000 –
	500 Mittelhäuser	625 –
	600 kleine Häuser	375 –
		addirt,
	Summa	3000 Mann.

Wie die Aufgabe angiebt.

Eine Stadt ist in drey Theile abgetheilet, und soll 9000 Thlr. Kontribution zusammenbringen, dergestalt, daß der 2te Theil 2mal so viel zahlet als der 1ste weniger 17 Thlr. Der 3te Theil $\frac{2}{3}$ so viel als der erste und noch 11 Thlr. Wie viel muß jeder Theil zusammen bringen?

Das, was der erste Theil der Stadt an Thlr. gegeben hat, wollen wir mit x bezeichnen, so werden wir also finden:

den ersten Theil $= x$
den zweyten Theil $= 2x - 17$
den dritten Theil $= \frac{2}{3}x + 11$

Summa aller Theile $3x + \frac{2}{3}x - 6 = \frac{11}{3}x - 6.$

Der

Der Aufgabe gemäß muß

$\frac{11}{3}x - 6 = 9000$ Thlr. seyn,

— 6 subtr.

bleibt $\frac{11}{3}x = 9006$

mit $\frac{11}{3}$ dividirt,

folgl. $x = \frac{9006 \cdot 3}{11} = 2456\frac{2}{11}$ Thlr.

mithin der zweyte Theil $4895\frac{4}{11}$ Thlr.

und der dritte Theil $1648\frac{5}{11}$ Thlr.

Summa 9000 Thlr.

Zwanzig Personen, Männer und Weiber, sind in einem Wirthshause. Die Männer verzehren zusammen 24 Fl., alle Weiber zusammen auch 24 Fl. und man weiß, daß ein Mann einen Gulden mehr zahlen muste, als ein Weib, welches 2 Gulden zahlte. Wie viel Männer und wie viel Weiber waren da?

Sezzen wir die Anzahl der Männer gleich x: so ist die Anzahl der Weiber gleich $20 - x$. Da nun die $20 - x$ Weiber zusammen 24 Fl. verzehrt haben: so hat jedes $\frac{24}{20-x}$ Fl. verzehrt.

Es muß daher $\frac{24}{20-x} = 2$ Fl. seyn

mit $20-x$ mult.

giebt $24 = 40 - 2x$

— $2x$ subtr.

bleibt $2x + 24 = 40$

24 subtr.

bleibt $2x = 16$

mit 2 dividirt,

folgl. $x = 8$ Männer.

Die Zahl der Weiber wäre also gewesen $20 - 8 = 12$.

Probe. 12 Weiber verzehren demnach $2 . 12 = 24$ Fl., und 8 Männer verzehren $8 . 3 = 24$ Fl. ganz den Bedingungen der Aufgabe gemäß.

Ueber-

Ueberlegen wir die gegebenen Bedingungen dieser Aufgabe genau, so werden wir finden, daß eine Bedingung überflüßig ist, nemlich: daß ein Mann einen Gulden mehr zahlen muste, als ein Weib; denn diese Bedingung haben wir zur Auflösung dieser Aufgabe nicht nöthig: indessen giebt man öfters aus Vorsatz solche Aufgaben, um zu sehen, ob der, dem die Aufgabe aufgegeben wird, sich ihm darbietende Vortheile gehörig zu benutzen weiß. Ich werde Anfängern an dieser Aufgabe zeigen, wie nützlich es ist, vorhero die Aufgabe genau zu durchdenken, ehe man den Calcül anfängt.

Weit kürzer wird nemlich die Auflösung dieser Aufgabe dadurch, da ich weiß, daß ein Mann 1 Fl. mehr als die Frau, folglich 3 Gulden bezahlt.

Denn da x Männer zusammen 24 Fl. verzehren, so verzehrt einer $\frac{24}{x}$ Fl.

mithin ist $\frac{24}{x} = 3$ Fl. — mit x multipl.

giebt $24 = 3 . x$ — mit 3 dividirt

folgl. $8 = x$ Mann, wie zuvor.

Betrachte ich aber die Aufgabe noch genauer, so ist es nicht einmal nöthig, die Zahl der Männer $= x$ zu setzen, und auf die vorhin angezeigten zwey Arten x zu finden; man überlege nur, daß, da alle Männer zusammen 24 Fl. verzehren, und jeder 3 Gulden verzehrt, so haben wir $\frac{24}{3} = 8$ Männer. Wie viel unnütze Schreiberey können wir also durch Ueberlegung vermeiden? Ungleich schwerer ist die Aufgabe, wenn sie, wie folget, gegeben wurde.

20 Personen Männer und Weiber sind in einem Wirthshause und die Männer verzehren 14 Fl., eben so viel verzehren die Weiber, und man weiß daß jeder Mann 1 Fl. mehr verzehrt, als eine

Frau

Frau. Diese Aufgabe gehört zur unreinen quadratischen Gleichung, und wir werden die Auflösung bis dahin versparen.

Ich habe 2 und 8 Groschenstücken, und es will jemand von mir 15 Stück Geld haben, welche gerade $3\frac{1}{2}$ Thlr. werth seyn sollen. Kann ich dieses mit meinen beiden Geld-Sorten möglich machen, und wie viel Stücken muß ich von jeder Sorte geben?

Erste Auflösung:

Gesetzt ich brauchte x Zweygroschenstücke, also $15 - x$ Achtgroschenstücken, um die Bedingung der Aufgabe zu erfüllen: so muß

$2x + 8(15-x) = 120 - 6x = 24 \cdot 3\frac{1}{2}$ seyn,

oder $120 - 6x = 84$ Gr.

84 subtr.

bleibt $36 - 6x = 0$

$- 6x$ subtr.

bleibt $36 = 6x$

mit 6 dividirt,

$6 = x$ Zweygroschenstücken,

demnach $15 - 6 = 9$ Achtgroschenstücken.

Probe. 6 Zweygroschenstück machen $\frac{1}{2}$ Thlr.
9 Achtgroschenstück machen 3

Summa $3\frac{1}{2}$ Thlr.

Andere Auflösung:

Es sei ebenfals x die Zahl der Zweygroschenstücken, so ist $15 - x$ die Zahl der Achtgroschenstücken, und es muß

$\frac{1}{12}x + \frac{1}{3}(15-x) = 3\frac{1}{2}$ Thlr.

oder $5 - \frac{1}{4}x = 3\frac{1}{2}$ Thlr.

$- \frac{1}{4}x$ subtr.

bleibt $5 = 3\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x$

$3\frac{1}{2}$ subtr.

bleibt $1\frac{1}{2} = \frac{1}{4}x$

mit 4 multipl.

$6 = x$ Zweygroschenstücken, wie vorhin.

Dritte

Dritte Auflösung:

Man nenne die Zahl der Achtgroschenstücke x, so ist die Zahl der Zweygroschenstücke $= 15 - x$,

mithin $\frac{1}{3}x + \frac{1}{12}(15 - x) = 3\frac{1}{2}$ Thlr.

oder $\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} = 3\frac{1}{2}$ Thlr.

——————————— mit 4 multipl.

kömmt $x + 5 = 14$

——————————— 5 subtrahirt,

folgl. $x = 9$ Achtgroschenstücke, wie vorhin.

Welche Auflösung ist die kürzeste?

Eine Stadt sollte einen Tribut erlegen. Nachdem jedes Haus 5 Thlr. gegeben hatte, so fehlten noch 42 Thlr. zur verlangten Summe. Nachdem jedes Haus noch 1 Thlr. nachgegeben, also überhaupt 6 Thlr. gegeben hatte, so blieben 58 Thlr. übrig. Wie viel Häuser waren in der Stadt? und wie hoch war der Tribut?

Sezzen wir die Anzahl der Häuser gleich x, so ist

$5x + 42 =$ der verlangten Summe,

und ebenfalls $6x - 58 =$ der verlangten Summe,

———————————

mithin $6x = 58 = 5x + 42$.

——————————— -58 subtr.

bleibt $6x = 5x + 100$

——————————— $5x$ subtr.

folgl. $x = 100$ Häuser.

Der ganze Tribut, den also die Stadt zu erlegen hatte, war 542 Thlr.

Probe. 100 Häuser à 5 Thlr. Tribut macht 500 Thlr., fehlen also noch an der verlangten Summe, 42 Thlr.

100 Häuser à 6 Thlr. Tribut beträgt 600 Thlr., ist also 58 mehr, als es seyn soll.

Nach-

Nachdem von einer Gesellschaft jede Person 4 Thlr. geboten hatte, hatte man 20 Thlr. zu wenig, um die ganze Zeche zu bezahlen, und nachdem jeder noch 2 Thlr. nachgeschossen hatte, so behielt man nach Bezahlung der Zeche noch 30 Thlr. übrig. Wie viel Personen waren in der Gesellschaft, und wie hoch belief sich die Zeche?

Es mögen x Personen gewesen seyn, so betrug die ganze Zeche $4x + 20$ Thlr.

oder auch $6x - 30$ Thlr.

mithin $6x - 30 = 4x + 20$ — $4x$ subtr.

bleibt $2x - 30 = 20$ — mit 2 dividirt,

kommt $x - 15 = 10$ — -15 subtr.

folgl. $x = 25$ Personen.

Die ganze Zeche betrug also 120 Thlr.

Probe. 25 Personen, jede giebt 4 Thlr., macht 100 Thlr., also 20 zu wenig.

Giebt jede Person aber 6 Thlr., so erhält man von 25 Personen 150 Thlr., also 30 Thlr. zu viel.

Ein Meister hatte mit einem Gesellen den Kontrakt geschlossen, daß er ihm für jeden Tag, wo er arbeiten könnte, ausser der Kost noch 8 Gr. gebe, für jeden Tag aber, wo er nicht arbeiten würde, 2 Gr. für die Kost bezahlt haben wollte. Als der Meister nach Verlauf von 15 Tagen seinem Gesellen 3 Thlr. ausgezahlt hatte: so sagte dieser zu seinen Freunden, daß der Meister ihm 8 Gr. zu wenig gegeben hätte, denn wenn er gleich nicht mehr wüßte,

wie

wie viel Tage er gearbeitet, so habe er doch immer von einem Tage zum andern in Gedanken behalten, wie viel ihm der Meister noch schuldig sey.

Wie viel Tage hatte der Geselle gearbeitet?

Antwort. x Tage hat er gearbeitet, und also $(15 - x)$ nicht gearbeitet.

Für x Tage erhält er von dem Meister $8x$ Gr.
Für $(15 - x)$ Tage bezahlt er für Kost $30 - 2x$ Gr.

folgl. erhält er noch $10x - 30$ Gr.

Der Meister hätte ihm stat 3 Thlr., 3 Thlr. 8 Gr. $= 80$ Gr. geben sollen,

demnach muß $10x - 30 = 80$ seyn — mit 10 dividirt,

giebt $x - 3 = 8$. — 3 subtrahirt,

folgl. $x = 11$ Tage gearbeitet.

Ein Maaß guter Wein kostet 15 Gr., der schlechte 9 Gr., man will aus diesen beiden Weinen einen mittlern Wein machen, wovon das Maaß 13 Gr. kosten soll. Wie viel nehme ich vom guten und schlechten Weine?

Denjenigen Theil, den ich von einem Maaß guten Wein nehmen muß, wollen wir mit x bezeichnen, so ist $1 - x$ der Theil von einem Maaß schlechten Wein.

Der x Theil von einem Maaß guten Wein, wird also , , , $15x$ Gr. kosten, und der $(1 - x)$ Theil von einem Maaß schlechten, kostet , $9 - 9x$ addirt,

giebt $9 + 6x$ Gr.

und

und diese Summe muß den Bedingungen der Aufgaben gemäß gleich 13 Gr. seyn,

also $9 + 6x = 13$
— 9 subtr.

bleibt $6x = 4$
— mit 6 dividirt,

folgl. $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ Maaß von dem guten Weine, und also $\frac{1}{3}$ Maaß von dem schlechten Weine.

Probe. $\frac{2}{3}$ Maaß Wein à 15 Gr., kostet 10 Gr.
$\frac{1}{3}$ Maaß Wein à 9 Gr. -- 3 Gr.

Summa 13 Gr.

20 Personen, Männer und Weiber, verzehren zusammen in einem Wirthshause 6 Thlr.; ein Mann verzehrt 8 Gr. und ein Weib 7 Gr. Wie viel waren es Männer und Weiber?

Man sezze, es sey die Anzahl der Männer $= x$,
so ist die Anzahl der Weiber $= 20 -- x$,

Ein Mann verzehrt 8 Gr., also
verzehren x Männer , $8x$ Gr.
Ein Weib verzehrt 7 Gr., also
$(20-x)$ Weiber $(20-x)$ 7 Gr. $= 140 -- 7x$ Gr.
— add.

Summa $140 + x$ Gr. welches Männer und Weiber zusammen verzehren.

Es ist aber bekannt, daß sie 6 Thlr. = 144 Gr. zusammen verzehren, folglich erhalten wir folgende Gleichung, $140 + x = 144$
— 140 subtrahirt,

folgl. $x = 4$ gleich der Anzahl der Männer,
mithin $20 -- 4 = 16$ Weiber.

Probe. 4 Männer verzehr. 8. 4 Gr. = 32 Gr.
16 Weiber , 7. 16 Gr. = 112 Gr.

Summa 20 Personen verzehren , 144 Gr. 6 Thlr.

4 Män-

85 Aufgabe. 4 Männer und 16 Weiber verzehren zusammen 6 Thlr. = 144 Gr., und zwar 1 Mann 1 Gr. mehr als eine Frau. Wie viel hat ein Mann, wie viel eine Frau verzehrt?

Sezzen wir, eine Frau habe x Gr. verzehrt, so hat ein Mann $x + 1$ Gr. verzehrt.

Also 16 Weiber verzehren $16x$ Gr.
und 4 Männer " $= 4x + 4$ Gr.

Summa $20x + 4$ Gr., so viel hätten sie also zusammen verzehrt.

Letzteres giebt die Aufgabe zu 144 Gr. an,
mithin muß $20x + 4$ Gr. $= 144$ Gr. seyn
4 subtr.
bleibt $20x = 140$ Gr.
mit 20 dividirt,
folgl. $x = 7$ Gr. so viel verzehrte eine Frau,
und also verzehrte ein Mann 8 Gr.

Probe. 16 Weiber verzehren $7 \cdot 16 = 112$ Gr.
4 Männer " $4 \cdot 8 = 32$ Gr.
Summa 144 Gr.

86 Aufg. Vier Söhne theilen sich nach Vorschrift des Testaments in das Vermögen ihres Vaters folgendergestalt: der erste nimmt die Hälfte und 12 Groschen, der zweyte von dem Rest wieder die Hälfte und 12 Gr. und die beyden andern nehmen auch immer die Hälfte von dem Rest und 12 Gr. 7 Thlr. die bei der Theilung übrig bleiben, sollen die Armen haben. Wie groß war das ganze Vermögen und wie viel erhielt ein jeder?

Das hinterlassene Vermögen sey x Thlr. gewesen. Der erste Sohn hat erhalten $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ Thlr.; also bleibt von den Vermögen übrig $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{x-1}{2}$ Thlr. Hiervon erhält der zweyte $\frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{4}$ Thlr., also blieb Rest $\frac{x-1}{2} - (\frac{x+1}{4}) = \frac{x-3}{4}$ Thlr., hiervon erhält der dritte $\frac{x-3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{8}$ Thlr.; bleibt wieder Rest $\frac{x-3}{4} - (\frac{x+1}{8}) = \frac{x-7}{8}$ Thlr.; der vierte erhält wiederum hiervon $\frac{x-7}{16} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{16}$ Thlr., und bleibt endlich Rest $\frac{x-7}{8} - (\frac{x+1}{16}) = \frac{x-15}{16}$ Thlr.

So viel als dieser letzte Rest betrug, erhielten die Armen, und dies war nach der Angabe 7 Thlr.,

folglich muß $\frac{x-15}{16} = 7$ Thlr. seyn, — mit 16 multipl.

kömmt $x - 15 = 112$ Thlr. — 15 subtr.

folgl. $x = 127$ Thlr. = dem ganzen hinterlassenen Vermögen.

Hiervon erhielt	der erste	64	Thlr.
—	der zweyte	32	—
—	der dritte	16	—
—	der vierte	8	—
Rest den die Armen erhalten haben		7	—
	addirt,		
	Summa	127	Thlr.

Wenn wir diese Aufgabe in genaue Erwägung ziehen, so werden wir einsehen, daß jeder der folgenden Brüder immer die Hälfte des Vermögens des nächst vorhergehenden Bruders erhielt. Man hätte sie also auch so auflösen können:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} + \frac{x+1}{16} + 7 = x,$$

oder $\frac{15x+15}{16} + 7 = x$ — mit 16 multipl.

kömmt $15x + 15 + 112 = 16x$ — 15x subtr.

$127 = x$, wie vorhin.

Bei dieser letztern Auflösung hätte man den Vortheil, daß man den jedesmaligen Rest nicht zu berechnen brauchte.

87 Aufg. Eine Armee hat 1465 Gefangene erhalten. Unter diesen Gefangenen finden sich so viel Lieutenants als Capitains weniger 25, und 10mal so viel Soldaten als Lieutenants. Wie viel waren Capitains, Lieutenants und Soldaten?

Die Zahl der Capitains sey . . x
so wird die Zahl der Lieutenants seyn $x-25$
und die Zahl der Soldaten $10(x-25) = 10x-250$
addirt,
giebt $12x-275$

Der Aufgabe gemäß muß

$12x - 275 = 1465$
— 275 subtr.
bleibt $12x = 1740$
mit 12 dividirt,
$x = 145$ = der Zahl der Capitains,
$x - 25 = 120$ = der Zahl der Lieutenants,
$10x - 250 = 1200$ = der Zahl der Soldaten,
addirt,
1465 Mann, wie die Aufgabe angegeben hat.

88 Aufg. Es legt ein Kaufmann x Louidor zum Handel an, und nach jedem Jahre hat er doppelt so viel gewonnen weniger hundert, als das nächst vorhergehende Jahr sein Kapital betrug. Nach 3 Jahren findet er seinen sämmtlichen Gewinnst 3mal so groß, als sein angelegtes Kapital. Wie groß war x?

Zu Ende des ersten Jahrs hat er gewonnen $2x-100$
Zu Ende des zweiten . . $4x-300$
Zu Ende des dritten . . . $8x-700$

Der Voraussetzung gemäß soll

$8x - 700 = 3x$ seyn — 700 subtr.

bleibt $8x = 3x + 700$ 3x subtr.

bleibt $5x = 700$ mit 5 dividirt,

folgl. $x = 140$ Louidor war also sein anfängliches Vermögen.

89 Aufg. Es hat jemand eine Summe Geld zu 6 proc. Interesse ausgethan. Zu Ende von 12 Jahren sind die Interessen dem Kapitale bis auf 840 Thlr. gleich. Wie groß ist die Summe, die er ausgethan hat?

Er habe x Thlr. ausgethan, und zu 6 Procent, beträgt jährlich an Interessen von x Thlr. $\frac{6x}{100}$ Thlr. und in 12 Jahren $\frac{72x}{100}$ Thlr.

Der Voraussetzung der Aufgabe gemäß muß

$\frac{72.x}{100} + 840 = x$ mit 100 multipl.

erhält man $72x + 84000 = 100x$ 72x subtr.

bleibt $84000 = 28x$ mit 28 dividirt,

folgl. 3000 Thlr. $= x$.

Also die ausgethane Summe ist 3000 Thlr., und in der That, 3000 Thlr. à 6 procent thun jährlich 180 Thlr., also in 12 Jahr, 12. 180 Thlr. = 2160 Thlr., und dieser Zahl fehlen noch 840 Thlr. ehe es 3000 Thlr. werden, wie es die Aufgabe verlangt.

90 Aufg. Ein Kaufmann nimmt einen Handlungsdiener in seine Handlung mit dem Versprechen, ihm jährlich 265 Thlr. zu geben. Da er aber etwas Kleidungsstücke und Wäsche nöthig hat, so giebt ihm der Herr

so

so viel als er dazu braucht. Nach 9 Monaten wird er verabschiedet, und erhält noch baar 78 Thlr. Wie viel mag er vorher erhalten haben?

Die Kleidungsstücke nebst Wäsche haben x Thlr. gekostet, so hätte er zu Ende des Jahrs nur noch am Gelde erhalten $265 - x$ Thlr., also in einem Monate $\frac{265-x}{12}$ Thlr.; mithin in 9 Monat

$$9\left(\frac{265-x}{12}\right) = \frac{3}{4}(265-x) = \frac{795-3x}{4};$$

Für diese neun Monate sind ihm aber von seinem Herrn ausgezahlt worden $78 + x$ Thlr.,

mithin muß $\frac{795-3x}{4} = 78 + x$ seyn, — mit 4 multipl.

erhält man $795 - 3x = 312 + 4x$ — $-3x$ subtr.

bleibt $795 = 7x + 312$ — 312 subtr.

bleibt $484 = 7x$ — mit 7 dividirt,

folgl. $69 = x$ Thlr. hat er zu Kleidungsstücken erhalten.

91 Aufg. Ein Fürst schläft 5mal so viel Stunden, als er speist, und seine Erholungsstunden sind nur halb so viel, als die er schläft, und 7 Stunden des Tages sind dem Studiren und andern ernsthaften Geschäften gewidmet. Wie lange schläft und speist er, und wie viel hat er Erholungsstunden?

Die Anzahl der Stunden so er zum Essen gebraucht, sey x, also die Zahl der Stunden so er schläft $= 5x$. Die Zahl der Erholungsstunden $= \frac{5}{2}x$. Zum Studiren, u. s. w. $=$ 7 Stunden.

addirt

$6x + \frac{5}{2}x$ + 7 Stunden.

Nun

Nun muß:

$6x + \frac{5}{2}x + 7$ St. $= 24$ St. seyn, — 7 St. subtr.

bleibt $6x + \frac{5}{2}x = 17$ St. — mit 2 multipl.

$12x + 5x = 34$ St.

oder $17x = 34$ St. — mit 17 dividirt,

$x = 2$ St. zum Essen,

10 St. zum Schlafen,

5 St. zur Erholung,

7 St. zum Studiren,

addirt, ———

24 Stunden.

92 Aufg. Einem Künstler gebe ich täglich 1 Thlr. und 6 Gr. Lohn, Essen und Trinken, und dieß verspreche ich 30 Tage zu halten, wenn er ununterbrochen täglich arbeitet, aber für jeden Tag, wo er nicht für mich arbeiten würde, sollte er mir 12 Gr. für Essen und Trinken bezahlen. Am Ende der 30 Tage zahle ich ihm 6 Thlr. Wie viel Tage hat er gearbeitet, und wie viel Tage hat er nicht gearbeitet.

Es sind x Tage, wo er nicht gearbeitet hat. Mithin $30 - x$ Tage, wo er gearbeitet hat. Da er nun täglich $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ Thlr. Lohn empfängt, so bekommt er für $30 - x$ Tage, $\frac{5(30-x)}{4}$ Thlr. $= \frac{150-5x}{4}$ Thlr.

mithin $\frac{150-5x}{4} = 6$ Thlr. — mit 4 multipl.

kömmt $150 - 5x = 24$. — $-5x$ subtr.

bleibt $150 = 5x + 24$ — 24 subtr.

bleibt $126 = 5x$ — mit 5 dividirt,

folgl. $25\frac{1}{5} = x$ Tage, die er nicht gearbeitet hat, und also $30 - 25\frac{1}{5} = 4\frac{4}{5}$ Tag gearbeitet.

93 Aufg. Wie alt bist du? Die Antwort war: Es sind schon 7 Jahr, als ich gerade 3mal so alt war, wie du damals warst, und in 7 Jahren werde ich doppelt so alt seyn, als du alsdann seyn wirst. Welches war das jetzige Alter dieser beiden Personen.

Der Jüngste sey jetzt x Jahr alt, sieben Jahr zuvor ist er alt gewesen $x - 7$ Jahr, und der Aeltere war dazumal gerade 3mal so alt: also $= 3x - 21$ Jahr. Der jetzt x Jahr alt ist, ist in 7 Jahren alt $x + 7$ Jahr, aber alsdenn ist der Aeltere doppelt so alt, also gleich $2x + 14$ Jahr. Vor 14 wäre er also nur $2x$ Jahr alt gewesen, aber wir haben schon gesehen, daß er vor 14 Jahr $3x - 21$ Jahr alt war,

mithin muß $3x - 21 = 2x$ seyn, — 21 subtr.

bleibt $3x = 2x + 21$ — 2x subtr.

folgl. war der Jüngste $= x = 21$ Jahr,

und der Aeltere $2x + 7 = 49$ Jahr.

Probe. Der Jüngste jetzt 21 J. vor 7 J. aber 14 J. der Aeltere jetzt 49 J. vor 7 J. aber 42 J. 42 ist aber 3. 14, also die erste Bedingung der Aufgabe erfüllt.

In sieben Jahren ist der Jüngste alt 28 Jahr, der Aeltere ist in sieben Jahren alt 56 Jahr, und $56 = 2.28$ also ist auch die zweyte Bedingung erfüllt.

94 Aufg. Ein General will mehrere Bataillons auf einem geräumigen Platz in Schlachtordnung stellen, und zwar sollen die Entfernungen eines Bataillon von dem andern so groß seyn, als ein Bataillon lang in Front ist. Es findet sich aber, daß 100 Ruthen Länge fehlen,

len, mithin wird beschlossen die Zwischenräume nur $\frac{2}{3}$ so lang zu machen, und da bleiben noch 380 Ruthen übrig. Uebrigens ist bekannt, daß ein Bataillon 60 Ruthen lang ist. Es frägt sich, wie viel waren Batiallons, und wie lang war der Platz.

Die Zahl der Bataillons sey x, so ist $x-1$ die Anzahl der Entfernungen zwischen jeden Bataillon.

Die Zahl der Bataillons und Entfernungen zusammen $= 2x - 1$. Laut dem ersten Theil der Aufgabe würde hierzu $60\ (2x-1) = 120x - 60$ Ruthenlänge erfordert, aber der Platz ist nur $120x - 160$ Ruthen lang. Der zweyte Theil der Aufgabe erfordert, daß

$$120 . x - 160 = 100x + 340 \qquad - 160 \text{ subtr.}$$

$$\text{bleibt } 120x = 100x + 500 \qquad 100x \text{ subtr.}$$

$$\text{bleibt } 20x = 500 \qquad \text{mit } 20 \text{ addirt.}$$

folgl. $x = 25$ Bataillons,
und der Platz 2840 Ruthen lang.

94 Aufg. Zwey Spieler verlieren, und zwar der Erste, der 100 Thlr. bey sich hat, verliert zweymal so viel als der Zweyte, der nur 48 Thlr. bei sich hat. Nach Endigung des Spiels hatte der Erste noch 3mal so viel als der Zweyte. Wie viel hatte ein Jeder verloren, und wie viel haben sie von ihrem anfänglich gehabten Gelde übrig behalten?

Der Erste habe x Thlr. verlohren, so blieb ihm noch $100 - x$ Thlr.

Der Zweyte hat $\frac{1}{2}x$ Thlr. nur verlohren, also bleibt ihm $48 - \frac{1}{2}x$ Thlr.

Nun

Nun ist den Bedingungen der Aufgabe gemäß,

$100 - x$ Thlr. $= 3\,(48 - \frac{1}{2}x)$ Thlr.

oder $100 - x$ Thlr. $= 144 - \frac{3}{2}x$ — $\frac{3}{2}x$ subt.

bleibt $100 + \frac{1}{2}x = 144$ — 100 subt.

bleibt $\frac{1}{2}x = 44$ — mit 2 multipl.

folgl. $x = 88$ Thlr. welche der Erste verlohr.

der Zweyte hat also 44 Thlr. verlohren.

Es bleibt also dem Ersten noch übrig 12 Thlr. und dem Zweyten 4 Thlr.

Probe. 12 ist $= 3.\ 4.$ wie es die Aufgabe verlangt.

96 Aufg. 112500 Soldaten sind auf 1200 Schiffe vertheilt; auf die großen Schiffe 120 Menschen, auf die kleinen nur 50 Menschen. Wie viel große und kleine Schiffe sind nöthig?

Die Anzahl der größern Schiffe sey x, so ist die Anzahl der kleinern gleich $1200 - x$. Auf x Schiffe haben wir $120x$ Menschen, und auf $1200 - x$ Schiffe, $50\,(1200 - x) = 60000 - 50x$ Menschen.

Nun muß

$120x + 60000 - 50x = 112500$ — 60000 subt.

bleibt $70x = 52500$ — mit 70 dividirt,

folgl. $x = 750$ große Schiffe,

und 450 kleine Schiffe.

Summa 1200 Schiffe.

Probe. In der That $750.\ 120 = 90000$

und $450.\ 50 = 22500$

Summa 112500.

97 Aufg. Für mich Kleidungsstücke zu kaufen, war ich genöthiget von meinem kleinen Vermögen 3 Friedrichsd'or auszugeben; mit dem Rest fing ich einen kleinen Handel an, und nach einem halben Jahre hatte ich doppelt so viel als mir geblieben war; hiervon muste ich 14 Friedrichsd'or Zehrungskosten bezahlen; mit dem übrigbleibenden Gelde handelte ich fort, und nach einem halben Jahre fand ich wieder, daß ich noch einmal so viel hatte, als dieser Rest betrug; kurz ich sahe mich nun in einem baaren Vermögen von 40 Friedrichsd'or. Wie groß war zu Anfange mein Vermögen?

Mein anfängliches Vermögen mag x Friedrichsd'or gewesen seyn. Nachdem ich davon 3 Friedrichsd'or ausgegeben hatte, so blieben noch $x - 3$ Friedrichsd'or übrig. Zu Ende des ersten halben Jahres hatte ich $2(x-3) = 2x-6$. Hiervon gab ich 14 Friedrichsd'or aus und es blieben mir $2x-20$. Am Ende des zweyten halben Jahres hatte ich $2(2x-20) = 4x-40$ Friedrichsd'or,

also $4x - 40 = 40$ — 40 subtr.

bleibt $4x = 80$ mit 4 dividirt,

folgl. $x = 20$ Friedrichsd'or mein anfängliches Vermögen.

98 Aufg. Ein Teich von 9280 Ruthen lang, ist binnen 4 Wochen von 6000 Bauern und Kossaten fertig gemacht worden. Jeder Bauer macht wöchentlich $\frac{2}{5}$ laufende Ruthe, und jeder Kossate $\frac{1}{3}$ laufende Ruthe fertig. Wie viel waren Bauern, und wie viel Kossaten?

Man

Man bezeichne die Zahl der Kossaten durch x, so hat man $6000 - x$ Bauern.

Da in 4 Wochen 9280 laufende Ruthen gemacht sind: so sind in einer Woche $\frac{9280}{4} = 2320$ Ruthen gemacht.

Die Kossaten machen zusammen in einer Woche $\frac{1}{3}x$ Ruthen, und die Bauern vollenden in einer Woche $\frac{2}{5}(6000 - x) = 2400 - \frac{2}{5}x$ Ruthen.

Bauern und Kossaten machen zusammen in einer Woche 2320 Ruthen vom Teiche fertig.

Mithin $\frac{1}{3}x + 2400 - \frac{2}{5}x = 2320$,

Man versetze $\frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x$ auf der andern Seite der Gleichung, so erhält man $2400 = 2320 + \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x$,

oder $2400 = 2320 + \frac{x}{15}$ 2320 subtr.

bleibt $80 = \frac{x}{15}$ mit 15 mult.

folgl. $1200 = x$ Kossaten,

mithin $6000 - 1200 = 4800$ Bauern.

99 Aufg. Ein Balbiergeselle hat 6 Gr. in seiner Tasche und empfängt von seinem Herrn für 5 Wochen Lohn, 2 Wochen nachher hat er nur noch den vierten Theil seines Geldes, für diese 2 Wochen empfängt er wieder von seinem Herrn den Lohn, und nun hat er in allen 21 Gr. Wie viel hat er wöchentlich Lohn erhalten?

Er habe wöchentlich x Gr. Lohn gehabt, so erhielt er von seinem Herrn für 5 Wochen $5x$ Gr. 6 Gr. hatte er schon, also hatte er überhaupt $5x + 6$ Gr. Nach zwey Wochen hatte er nur noch $\frac{5x+6}{4}$ Gr.; von seinem Herrn erhielt er aber für 2 Wochen $2x$ Gr., mithin ist seine ganze Baarschaft jetzt $\frac{5x+6}{4} + 2x$ Gr.

Die

Die Aufgabe gab seine Baarschaft zu 21 Gr. an,

also muß $\frac{5x+6}{4} + 2x = 21$ seyn — mit 4 multipl.

giebt $5x + 6 + 8x = 84$ — 6 subtr.

bleibt $13x = 78$ — mit 13 dividirt,

folgl. $x = 6$ Gr. Wochenlohn.

100 Aufg. Ein Courier wird fortgeschickt, und macht 7 Meilen in 5 Stunden. 8 Stunden nach seiner Abreise schickt man ihm einen Courier nach, und dieser muß, um den ersten einzuholen, alle 3 Stunden 5 Meilen machen. Wenn eher wird der zweyte den ersten einholen?

Der erste macht in 5 Stunden 7 Meilen, also in einer Stunde $\frac{7}{5}$ Meilen. Der zweyte macht in 3 Stunden 5 Meilen, also in einer Stunde $\frac{5}{3}$ Meile. Nun setze man, es sey x die Zahl der Stunden, in der der zweyte Bote den ersten einholt, da nun der zweyte in 1 Stunde $\frac{5}{3}$ Meile macht, so macht er in x Stunden $\frac{5}{3}x$ Meilen.

Wenn der zweyte x Stunden unterwegens gewesen ist, so muß der erste $x + 8$ Stunden unterwegens seyn, darum der erste in 1 Stunde $\frac{7}{5}$ Meile macht, so macht er in $x + 8$ Stunden, $(x + 8)\frac{7}{5} = \frac{7x+56}{5}$ Meilen. Da sie sich sollen eingeholet haben, so muß doch der erste eben so viel Meilen gemacht haben, als der zweyte. Mithin soll und muß

$\frac{7x+56}{5} = \frac{5}{3}x$ seyn, — mit 3 multipl.

giebt $\frac{21x+168}{5} = 5x$ — mit 5 multipl.

giebt $21x + 168 = 25x$ — $21x$ subtrahirt,

$168 = 4x$ — mit 4 dividirt,

folgl. in $42 = x$ Stunden eingeholt.

101 Aufg. Ein Lieferant sollte in Zeit von 6 Tagen für 180 Mann Montirungsstücke schaffen, wozu er zwei Partheyen Arbeiter anstellte, davon die eine Parthie täglich 16 Stunden, und die andere Parthie nach dem Verhältniß ihrer Zahl alle Tage arbeiten musten: Wie viel Stunden hatte also diese Parthie täglich zu arbeiten?

Die unbekannte Zahl der täglich zu arbeitenden Stunden wollen wir x setzen, also wird die Parthie, die täglich x Stunden arbeitet, in 6 Tagen $6x$ Stunden arbeiten. Die andere Parthie so täglich 16 Stunden arbeitet, wird in 6 Tagen 6. 16 Stunden arbeiten.

Beide Partheien zusammen arbeiten also $6x + 6.16$ Stunden, und binnen dieser Zeit müssen sie also für 180 Mann Montirungsstücke schaffen. Setzt man nun noch hinzu, daß alle Stunden für einen Mann Montirungsstücken fertig gemacht werden; so ist klar, daß 180 Montirungsstücke auch in 180 Stunden gemacht werden, mithin ist

$$6x + 6.16 = 180 \quad \text{mit 6 dividirt,}$$

$$\text{giebt } x + 16 = 30 \quad \text{16 subtr.}$$

$$\text{folgl. } x = 14 \text{ Stunden.}$$

Diese Aufgabe ist so wie mehrere andere aus Johann Michael Schirmer selbstlehrende Algebra. Frankfurt am Main 1780. Dritte Abtheil. Seite 41, No. 26 entlehnt, welches mir meine Leser wenigstens die Ein- und Nachsichtsvollen gewiß verzeihen werden. Ueberhaupt erinnere ich nochmals ein für allemal, daß man es mir ohnmöglich verargen kann, wenn ich auch Aufgaben aus andern Büchern entlehne, genug daß ich nichts weiter als die Aufgabe daraus nehme, die Auflösung gehört gewiß allemal mir,

mir, und wenn dann ein Anfänger sich die Mühe nimmt und meine Auflösung mit der in irgend einem Buche gegebenen vergleicht, so wird es ihm zugleich lehren, daß es mehrere Wege zum Ziele zu kommen giebt. Aber welches ist der kürzeste, leichteste und zweckmäßigste?

Der Zweck dieser Schrift verstattet nicht, hierüber weitläuftig meine Gedanken niederzuschreiben, so viel will ich nur erinnern, daß allemal der der leichteste, kürzeste und zweckmäßigste ist, der den Anfänger von den ersten Grundsätzen und Lehrsätzen an mit aller geometrischer Strenge geführt. Die eben gegebene Aufgabe mag einen Beweiß abgeben, wie Zeit raubend eine nicht genau bestimmte Aufgabe ist.

Viele meine Leser werden bei Durchsicht der Aufgabe gefunden haben, daß sie eigentlich, so wie sie da gegeben ist, nicht aufgelöst werden kann. Der oben genannte Hr. Schirmer löst sie zwar auf. Aber urtheilen meine Leser selbst, wie es möglich war, ohne den nothwendigen Zusatz, daß in jeder Stunde für einen Mann Montirungsstücken fertig gemacht werden, die Aufgabe aufzulösen, denn bei Hr. Schirmer ist die eine Hälfte der Gleichung eine Anzahl Stunden, und die andere für 180 Mann Montirungsstücken, und solche Gleichungen können nicht gerechtfertiget werden. Wir würden viel zu weitläuftig, wenn wir jede Aufgabe so weitläuftig abhandeln wollten. Aber Anfängern ist es nicht genug zu empfehlen, jeden selbst den kleinsten Theil in der Auflösung sich ganz deutlich darzustellen, und eher nicht einen Schritt vorwärts, bevor man nicht das vorhergehende aufs deutlichste eingesehen hat.

102 Aufg. Ein Commendant in einer Festung, erhielt für seine Besatzung 180 Malter Mehl auf eine bestimmte Zeit, und brauchte täglich 14 Malter: nach Verlauf von 4 Tagen rückte der Feind an, daher der Commendant noch so viel Mannschaft an sich zog, um in den folgenden 4 Tagen alles aufzuzehren, und dem Feind keinen Proviant zu hinterlassen. Wie viel muste der Mannschaft alsdann täglich mehr Mehl gegeben werden?

Da die Mannschaft, so anfänglich da war, täglich 14 Malter verzehrten, so verzehrten sie in 4 Tagen 4. 14 Malter. Da nun der Commendant noch einmal so viel Soldaten anwarb, so ist klar, daß nach dem vorigen Verhältniß diese doppelte Mannschaft täglich 2. 14 Malter verzehren, aber um die 180 Malter, von welchen in den ersten 4 Tagen 4. 14 Malter verzehrt worden, in den noch übrigen 4 Tagen also den Rest zu verzehren, muste man der nun doppelten Mannschaft, nicht 2. 14 Malter, sondern 2. 14 + x Malter täglich geben, nemlich x Malter täglich mehr. Mithin wird in den lezten 4 Tagen verzehrt 4 (2. 14 + x) Malter. Also ist überhaupt die ganzen 8 Tage über verzehrt worden,

$$4 \cdot 14 + 4(2 \cdot 14 + x) = 180 \text{ Malter}$$

mit 4 div.

kommt $14 + 2 \cdot 14 + x = 45$

oder $42 + x = 45$

42 subtr.

folgl. $x = 3$ Malter.

Also muste diese doppelte Mannschaft die lezten 4 Tage über, täglich 3 Scheffel mehr verzehren, als sie nach dem gegebenen Verhältnisse in den ersten 4 Tagen über täglich verzehrt hatten. Folglich statt täglich 2. 14 = 28 zu verzehren, musten sie 28 +

3 = 31 Malter täglich aufzehren, damit nichts für den Feind übrig bleibe.

Statt 180 Malter, setze man, habe der Commendant nur 160 gehabt, alle übrigen Bestimmungen der Aufgabe sollen bleiben wie vorhin: so wäre also die Gleichung folgende

$4 . 14 + 4 (2 . 14 + x) = 160$ — mit 4 dividirt

bleibt $14 + 2 . 14 + x = 40$

oder $42 + x = 40$ — 42 subtr.

folgl. $x = -2$ Malter, mit -1 mult.

oder $-x = +2$ Malter.

Die -2 Malter bedeuten hier, daß diese doppelte Mannschaft nun täglich 2 Malter weniger erhält, also statt $2 . 14 = 28$, nur $28 - 2 = 26$ Malter täglich erhalten kann, um noch 4 Tage lang die Mannschaft in Lebensmittel zu erhalten. Ganz allgemein würde diese Aufgabe so heissen:

103 Aufg. Der Commendant einer Festung erhielt a Malter Mehl. Hiervon brauchte er täglich b Malter; nach m Tagen erhält er noch eine Verstärkung, so daß nun pmal so viel Mann Besatzung da ist, als er erst gehabt hat, und soll mit dem Mehle, welches er noch hat, n Tage auskommen. Wie viel Malter Mehl müßte er der ganzen Mannschaft täglich mehr oder weniger geben?

Wir wollen setzen, er hätte ihr täglich insgesammt y Malter die n Tage über geben müssen, so wird also die ganze Mannschaft in n Tagen n. y Malter aufzehren. Die anfängliche Besatzung verzehrte täglich b Malter, und dies m Tage lang, folglich in m Tagen verzehren sie mb Malter, also bleiben von a

Mal-

Malter, $a - mb$ Malter und dieser Vorrath soll von der gesammten Besatzung in n Tagen aufgezehrt werden, mithin muß

$$ny = a - mb \text{ seyn}$$

mit n dividirt,

$$\text{folgl. } y = \frac{a - mb}{n} \text{ Malter.}$$

Die Gleichung $y = \frac{a - mb}{n}$ Malter, giebt uns also an, wie viel sämmtliche Besatzung, die n Tage über, täglich zu verzehren hat.

Wir wollen nun das, was sie die n Tage über täglich mehr oder weniger erhalten, als sie nach dem Verhältniß in den ersten m Tagen erhalten haben würden, x nennen.

Die pmal größere Mannschaft wird, nach dem ersten Verhältniß gerechnet, p. b Malter täglich verzehren, mithin wird $y - pb$ oder $pb - y$ gleich x seyn, nemlich $x = y - pb$ in Fall so viel Mehl da ist, die Mannschaft täglich mehr erhalten muß, um es in der bestimmten Zeit aufzuzehren, in diesem Fall ist allemal $y > pb$, und alsdann findet man auch $x = y - pb$ positiv. Ist aber $p < by$ alsdann wird $x = y - pb$ negativ gefunden, und dies zeigt an, daß man die Mannschaft täglich x Malter weniger geben muß, um mit dem noch vorhandenen Mehle der bestimmten Zeit über auskommen zu können. Im letztern Fall könnte ich auch statt $x = y - pb$ schreiben, $x = pb - y$ eigentlich so $- x = pb - y$, allein wenn man nur im Gedächtniß behält, daß im ersten Fall x mehr, im zweyten aber x weniger bedeudet, so wird man ohne zu fehlen $x = pb - y$ schreiben dürfen. Setzen wir in der Formel für x statt y seinen oben gefundenen Werth, so erhalten wir

$$x = \frac{a - mb}{n} - pb.$$

Der Algebraist braucht nur diese einzige Formel. Wenn $\frac{a - mb}{n} > pb$, so zeigt sie an, daß die Mannschaft täglich x Malter mehr erhalten, und wenn $\frac{a - mb}{n} < pb$, so schließt er ganz richtig, daß dieser negative Werth, den er nun aus der Formel zieht, anzeigt, daß sie täglich x Malter weniger erhalten. Wir wollen diese allgemeine Formel durch Beyspiele erläutern.

Es sey $a = 180$, $b = 14$, $m = n = 4$, $p = 2$, so findet sich $x = \frac{180 - 4.14}{4} - 2.14 = 45 - 14 - 2.14 = 45 - 3.14 = 3$ Malter. Setzen wir statt $a = 160$, alles übrige aber wie vorhin, so findet sich $x = \frac{160 - 4.14}{4} - 2.14 = 40 - 14 - 2.14 = 26 - 28 = - 2$ Malter, also finden wir durch diese allgemeine Formel eben das, was wir schon in vorhergehenden Aufgaben auf eine andere Art gefunden haben. Ein kleiner Beweiß, daß diese allgemeine Formel richtig ist.

Wir haben in unserer Auflösung zwey unbekannte Größen y und x eingeführt, ohngeachtet die Aufgabe blos nach x frug. Dies geschahe blos darum, um die Auflösung zu erleichtern, denn recht gut läßt sie sich auch, ohne y zu gebrauchen, auflösen, aber wer es versucht, wird finden, daß er leichter und mit mehrerer Ueberzeugung auf die hier gegebene Art verfährt.

Dies war nöthig zu erinnern, um zu zeigen, daß diese Aufgabe zu denen mit einer unbekannten Größe vom ersten Grade gehört.

Uebrigens bemerken wir noch, daß die Formel $y = \frac{a - mb}{n}$ in Worten so ausgedrückt werden kann.

Man

Man ziehe von dem sämmtlichen Mehl (a) welches er erhalten hat, dasjenige ab, was die erste Besatzung verzehrt hat, ehe eine Verstärkung kam (mb), diesen Rest (a-mb) dividire man mit der Anzahl Tage (n), die noch von dem Mehl gezehrt werden soll: so erhält man, was die zweyte Besatzung täglich verzehren muß.

Und um x zu finden, so ziehe man von dem vorigen noch die tägliche Verzehrung der andern Besatzung ab.

104 Aufg. In eine Festung wurde eine Garnison gelegt, und auf eine bestimmte Zeit mit 92 Malter Mehl versehen, weil sie täglich 5 Malter nöthig hatte: nach etlichen Tagen ward eine Verstärkung hineingeschickt, welche täglich 6 Malter brauchte, mithin das Mehl alsdann in 7 Tagen verzehrt war: Wie viel Tage hatte die Garnison allein gelegen?

Antwort x Tage. Es wäre also nur auszumachen, wie groß x ist, und das soll durch folgende Schlüsse geschehen.

Da die Garnison täglich 5 Malter, und die Verstärkung täglich 6 Malter aufzehren, so verzehren beyde zusammen täglich 11 Malter und zwar dieses thun sie 7 Tage lang, mithin verzehren sie überhaupt diese Zeit über $7 . 11 = 77$ Malter. Diese 77 Malter, von 92 Malter subtrahirt, wird zum Rest dasjenige lassen, was die Garnison vorher verzehrt hat; also $92 - 77 = 15$ Malter. In x Tagen hat die Garnison $5x$ Malter aufgezehrt,

mithin muß $5x = 15$ seyn — mit 5 dividirt,

folgl. $x = 3$ Tage.

Nehmen wir aus der vorhergehenden Aufgabe die Formel $y = \frac{a - mb}{n}$ und entwickeln hieraus $m = \frac{a - ny}{b}$, so können wir die oben gegebene Aufgabe auch hiernach berechnen, denn a ist $= 92$, $b = 5$, $n = 7$, $y = 5 + 6 = 11$.

105 Aufg. Ein Bote wurde von A nach B, welches 63 Meilen ist, abgesandt, mit Befehl, täglich nur 5 Meilen zurückzulegen: am siebenden Tag begegnete ihm ein Bote, welcher 3 Tage nach ihm von B nach A ausgesandt worden. Wie viel Meilen hat derselbe täglich mehr, als jener, zurückgelegt?

Der zweyte Bote habe x Meilen täglich mehr zurückgelegt als der erste, so hat er also täglich $5 + x$ Meilen gemacht. Er ist 4 Tage unterwegens gewesen, und in dieser Zeit hat er also $4(5 + x) = 20 + 4x$ Meilen gemacht. Der erste Bote macht täglich 5 Meilen, und ist 7 Tage unterwegens, in dieser Zeit macht er $5 \cdot 7 = 35$ Meilen.

Nun muß also, um die Bedingungen der Aufgabe zu erfüllen

$35 + 20 + 4x = 63$ seyn
oder $55 + 4x = 63$
——— 55 subtr.
bleibt $4x = 8$
——— mit 4 dividirt,
folgl. $x = 2$ Meilen hat der zweyte Bote täglich mehr zurückgelegt als der erste.

Probe. Der erste Bote hat in 7 Tag. gemacht 35 Meilen,
der zweyte , in 4 Tagen , 28 —
Summa 63 Meilen.

106 Aufg. Ein Canal von 1200 Quadratruthen wurde also angefangen, daß täglich 40 Ruthen fertig wurden: nach 5 Tagen wurde auch auf der andern Seite zu graben angefangen, um nur noch 10 Tage damit zuzubringen. Wie viel Ruthen haben auf dieser Seite täglich mehr ausgeführt werden müssen, als auf der ersten Seite?

Täglich sind auf der andern Seite x Ruthen mehr ausgeführt, so wurden also täglich gemacht $40 + x$ Ruthen, und dies 10 Tage lang, binnen dieser Zeit wurde also gemacht $10 (40 + x)$ Ruthen. Am erstern Ende sind $5 + 10 = 15$ Tage gearbeitet worden, binnen dieser Zeit wurden fertig $15 \cdot 40$ Ruthen. Den Bedingungen der Aufgabe gemäß muß

$15 \cdot 40 + 10 (40 + x) = 1200$ seyn — mit 10 divid.

bleibt $15 \cdot 4 + 40 + x = 120$

oder $100 + x = 120$ — 100 subtr.

folgl. $x = 20$ Ruthen täglich mehr.

107 Aufg. An einer Wasserleitung von 6000 Ruthen, war schon 14 Wochen gearbeitet, und täglich 20 Ruthen fertig gemacht; weil aber die Arbeit beschleuniget werden sollte, stellte man gegenseitig Arbeiter an, und brachte also die Arbeit in den folgenden 20 Wochen zu Stande. Wie viel Ruthen haben letztere Arbeiter täglich mehr oder weniger gearbeitet?

Da nach dem was täglich mehr gemacht wird, und welches wir durch x bezeichnen wollen, gefragt ist: so müssen wir die angegebene Wochenzahl in Tage verwandeln, die Woche zu 6 Tage gerechnet.

Die-

Diese letztern Arbeiter haben also täglich $20 + x$ Ruthen fertig gemacht, und dies 20 Wochen hindurch, mithin binnen dieser ganzen Zeit haben sie fertig gemacht $6 . 20 (20 + x)$ Ruthen. Die ersten Arbeiter haben nun gearbeitet $14 + 20 = 34$ Wochen $= 34 . 6$ Tage und in dieser Zeit fertig gemacht $34 . 6 . 20$ Ruthen.

Nun muß laut der Aufgabe

$6 . 20 (20 + x) + 34 . 6 . 20 = 6000$ seyn, mit 6. 20. div.

giebt $20 + x + 34 = 50$

oder $54 + x = 50$ — 54 subtr.

folgl. $x = -4$ Ruthen.

Die -4 zeigt also an, daß sie täglich so viel weniger machen.

108 Aufg. An einem Canal von 1200 Quadratruthen wurden täglich 40 Ruthen ausgeführt: nach etlichen Tagen aber fing man an, auf der andern Seite täglich 60 Ruthen auszugraben, und wurde alsdenn in 16 Tagen fertig. Wie viel waren der etlichen Tage?

Der etlichen Tage sind x gewesen. Da nun täglich 40 Ruthen ausgeführt sind, so werden in x Tagen ausgeführt? Antwort $40 . x$ Ruthen. Die andern 10 Tage über sind täglich auf der einen Seite 40, auf der andern aber 60 Ruthen gemacht, also täglich zusammen $40 + 60 = 100$ Ruthen, also in 10 Tagen 1000 Ruthen fertig geworden.

Um den Bedingungen der Aufgabe Genüge zu leisten, muß $40x + 1000 = 1200$ seyn, 1000 subtr.

bleibt $40x = 200$ mit 40 divid.

folgl. $x = 5$ Tage.

Pro-

Probe. 5 Tage zu 40 Ruthen, machen 200 Ruthen.
10 Tage zu 100 Ruthen, , 1000 Ruthen.
——————— addirt,
Summa 1200 Ruthen.

109 Aufg. In einer Fabrique verfertigte ein Arbeiter täglich 14 Ellen: als er etliche Tage gearbeitet, wurde noch einer zu dieser Arbeit angestellet, welcher täglich 17 Ellen fertig machte, und also mit jenem in 4 Tagen, 180 Ellen zu Stande brachte. Wie viel Tage hatte der erste Arbeiter allein gearbeitet?

Wir antworten: x Tage hat er alleine gearbeitet, und x finden wir durch folgende Schlüsse.

Der erste Arbeiter arbeitet überhaupt $x + 4$ Tage, und da er täglich 14 Ellen macht, so verfertiget er in dieser Zeit $14(x + 4) = 14x + 56$ Ellen.

Der zwente Arbeiter hingegen arbeitet nur 4 Tage, und verfertigt in dieser Zeit $4 \cdot 17 = 68$ Ellen.

Die Bedingungen der Aufgabe erfordern, daß
$14x + 56 + 68 = 180$ ist,
oder $14x + 124 = 180$
——————— 124 subtrahirt,
bleibt $14x = 56$
——————— mit 14 dividirt,
folgl. $x = 4$ Tage die der erste allein gearbeitet hat.

110 Aufg. Ein Faß Wein wurde um 224 Thlr. verkauft, und davon verlohren; wäre es aber um 260 Thlr. verkauft worden, so wäre der Gewinn dreymal so viel gewesen, als der Verlust war. Wie theuer ist solches eingekauft worden?

Wir

Wir wollen setzen, daß das Faß Wein zu x Thlr. eingekauft ist, so wird der Verlust ausgedrückt durch $x - 224$ und der Gewinnst durch $260 - x$.

laut der Aufgabe soll

$$3(x - 224) = 260 - x \text{ seyn}$$

oder $3x - 672 = 260 - x$ — 672 subtr.

bleibt $3x = 932 - x$ — x subtrahirt,

bleibt $4x = 932$ mit 4 dividirt,

folgl. $x = 233$ Thlr. Einkaufspreis.

Hätte man den Verlust mit y bezeichnet, so würde man folgende Gleichung erhalten.

Einkaufspreis $= 224 + y = 260 - 3y$ — $3y$ subtr.

bleibt $224 + 4y = 260$ 224 subtr.

bleibt $4y = 36$ mit 4 dividirt,

folgl. $y = 9$ Thlr. Verlust, und $9 + 224 = 233$ Thlr.

111 Aufg. Zwey Personen reisen von 2 Städten zu gleicher Zeit ab, und gerade einander entgegen; A macht täglich 6 und B $7\frac{1}{2}$ Meilen. Wenn sie nun in 8 Tagen zusammenkommen, so fragt sichs, wie weit beyde Städte von einander entlegen sind?

Die unbekannte Größe wäre hier die Entfernung der beyden Städte von einander, und erlaubt ist es uns allerdings sie mit x zu bezeichnen, und warum soll man auch dies nicht thun? Die Auflösung erhält dadurch ein algebraisches Ansehn, und wer weiß ob sie nicht schon deswegen von Jemand, ein Gott sey bey uns, herauslockt.

A macht täglich 6 Meilen, also in 8 Tagen $6 . 8 = 48$ Meilen. B macht täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen, also in 8 Tagen $7\frac{1}{2} . 8 = 60$ Meil. Beide Personen machen also in 8 Tagen 108 Meilen, und da sie einander gerade entgegen gereißt sind, und beyde gerade 8 Tage unterwegens waren, als sie sich begegneten: so ist offenbar, die Entfernung der beyden Städte = 108 Meilen = dem bewußten x.

112 Aufg. Zwey Boten gehen von 2 Städten, welche 100 Meilen von einander liegen, zu gleicher Zeit gegen einander aus. Wenn nun A täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen und B $6\frac{1}{2}$ Meilen gegangen sind, so frägts sichs, in wie viel Tagen sie zusammen getroffen sind?

Antwort: in x Tagen.

A geht täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, also in x Tagen $5\frac{3}{4} x = \frac{23x}{4}$ Meil. B geht tägl. $6\frac{1}{2}$ Meil. also in x Tagen $6\frac{1}{2} . x = \frac{13x}{2}$ M. Beide zusam. machen also in x Tagen $\frac{23x}{4} + \frac{13x}{2}$ Meilen $= \frac{23x}{4} + \frac{26x}{4} = \frac{49x}{4}$ Meil.

In x Tagen müssen sie aber 100 Meilen zurückgelegt haben,

mithin ist $\frac{49x}{4} = 100$ mit $\frac{49}{4}$ dividirt,

folgl. $x = \frac{400}{49} = 8\frac{8}{49}$ Tage.

Probe. A täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, also in $8\frac{8}{49}$ Tagen „ „ $46\frac{46}{49}$ Meil. B tägl. $6\frac{1}{2}$ Meil., also in $8\frac{8}{49}$ Tagen $53\frac{3}{49}$ Meilen.

Summa 100 Meilen.

113 Aufg. Zwey Boten gehen einander nach. A ist 5 Tage voraus; den holt B, welcher täglich

$7\frac{1}{2}$ Meilen gehet, in 15 Tagen ein. Wie viel Meilen ist A täglich gegangen?

A wird täglich x Meilen haben gehen müssen. 5 und 15, also 20 Tage ist A unterwegens. Täglich macht A x Meilen, also in 20 Tagen $20x$ Meilen. B ist 15 Tage unterwegens, und macht täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen, also binnen dieser Zeit $7\frac{1}{2} . 15 = 112\frac{1}{2}$ Meile. Da nun B, A eingeholt hat, so müssen sie gleich viel Meilen gemacht haben, mithin muß

$20x = 112\frac{1}{2}$ seyn, mit 20 dividirt,

folgl. $x = 5\frac{5}{8}$ Meilen.

A muß also täglich $5\frac{5}{8}$ Meilen gehen.

Probe. A geht täglich $5\frac{5}{8}$ Meile, also in 20 Tagen $20 . 5\frac{5}{8} = 112\frac{1}{2}$ Meilen, eben so viel macht der Bote B in 15 Tagen.

114 Aufg. Zwey Boten gehen einander nach. A geht täglich 6, und B täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen. Wenn nun B den A in 24 Tagen einholt, so frägts sich, wie viel Tage A voraus gewesen sey?

Setzen wir, er sey x Tage voraus gewesen. Da A eingeholt ist, war er überhaupt $x + 24$ Tage unterwegens, binnen dieser Zeit macht er, da er täglich 6 Meilen geht, $6 (x + 24)$ Meilen.

B geht täglich $7\frac{1}{2}$ Meile, also in 24 Tagen, $7\frac{1}{2} . 24 = 180$ Meilen.

Da A von B eingeholt ist in 24 Tagen: so muß nothwendig

$6 (x + 24) = 180$ seyn, mit 6 dividirt,

kommt $x + 24 = 30$ 24 subtr.

folgl. $x = 6$ Tage die A voraus gewesen.

Pro=

Probe. A ist also überhaupt, weil er eingeholt worden, unterwegens gewesen $6 + 24 = 30$ Tage, täglich geht er 6 Meilen, also in 30 180 Meilen. Eben so viel macht B in 24 Tagen.

115 Aufg. Ein Bote A geht täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, und ist $4\frac{1}{2}$ Tage voraus. Nun schickt man einen andern Boten B nach, der ihn in 12 Tagen einholen soll. Wie viele Meilen muß B täglich gehen?

B muß täglich x Meilen gehen.

Macht also in 12 Tagen $12x$ Meilen.

A ist, da er von B eingeholt wird, $12 + 4\frac{1}{2} = 16\frac{1}{2}$ Tag unterwegens, täglich macht er $5\frac{3}{4}$ Meilen, also binnen dieser Zeit

$$5\tfrac{3}{4} \cdot 16\tfrac{1}{2} = 94\tfrac{7}{8} \text{ Meilen.}$$

Es ist demnach,

$$12x = 94\tfrac{7}{8}$$

mit 12 dividirt,

folgl. $x = 7\frac{29}{32}$ Meilen, so B täglich gehen muß, um in 12 Tagen A einzuholen.

Probe. B macht in 12 Tagen $12 \cdot 7\frac{29}{32} = 94\frac{7}{8}$ Meilen, und eben so viel macht A in $16\frac{1}{2}$ Tag.

116 Aufg. Zwey Boten gehen einander nach. A ist 5 Tage voraus, und geht täglich 6 Meilen. Es fragt sich, in wie viel Tagen ihn B einholen werde, der täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen gehet?

Setzen wir, daß das Einholen in x Tagen geschehe. B macht täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen, also in x Tagen $\frac{15x}{2}$ Meilen. Wenn B x Tage unterwegens ist, so ist alsdann A, $5 + x$ Tage unterwegens. Da er nun täglich 6 Meilen geht, so wird er binnen dieser Zeit $6(5 + x) = 30 + 6x$ Meilen zurück legen.

Da

Da nun B den A eingeholet haben soll, so müssen sie eine gleich große Anzahl zurück gelegt haben. Es muß daher

$\frac{15}{2}x = 30 + 6x$ seyn,
——————————— mit 2 multipl.
giebt $15x = 60 + 12x$
——————————— 12x subtr.
bleibt $3x = 60$
——————————— mit 3 dividirt,
folgl. $x = 20$ Tagen, in dieser Zeit hätte B den A eingeholet.

Probe. B geht täglich $7\frac{1}{2}$ Meile, also in 20 Tagen 150 Meilen. A geht täglich 6 Meilen, also in 25 Tagen 150 Meilen, also haben beyde gleichviel zurück gelegt.

117 Aufg. Zwey Boten gehen von 2 Städten zu gleicher Zeit gegen einander aus; und da sie in 8 Tagen zusammen kommen, so findet A, daß er $\frac{1}{3}$ des Weges und 12 Meilen, B aber $\frac{1}{4}$ des Wegs und 24 Meilen gemacht habe. Wie weit sind beyde Städte von einander entlegen?

Beyder Städte Entfernung von einander sey x Meilen. Der Weg, den A also zurück gelegt hat, ist $= \frac{1}{3}x + 12$ M., der Weg, den B zurückgelegt hat, ist $= \frac{1}{4}x + 24$ Meilen,
——————————— addirt, A u. B haben also zus. zurückgelegt $\frac{7}{12}x + 36$ Meilen.

Was A und B aber zusammen zurück gelegt haben, ist = der Entfernung beyder Städte von einander $= x$, mithin ist auch

$\frac{7}{12}x + 36 = x$
——————————— mit 12 multipl.
giebt $7x + 432 = 12x$
——————————— 7x subtr.
bleibt $432 = 5x$
——————————— mit 5 dividirt,
folgl. $86\frac{2}{5} = x$ Meilen, so viel beträgt die Entfernung beyder Städte von einander.

Pro-

Probe. A legt zurück $\frac{86\frac{2}{5}}{3} + 12 = 28\frac{4}{5} + 12$
$= 40\frac{4}{5}$ Meil.

B legt zurück $\frac{86\frac{2}{5}}{4} + 24 = 21\frac{3}{5} + 24 = 45\frac{3}{5}$ und

$40\frac{4}{5} + 45\frac{3}{5} = 86\frac{2}{5}$ Meilen.

118 Aufg. Es liegen 2 Städte 100 Meilen weit von einander entfernt, und aus denselben werden zu gleicher Zeit 2 Couriers gegen einander ausgeschickt. A würde den ganzen Weg in 12 Tagen zurück legen. B in 13 Tagen. Es fragt sich, in wie viel Tagen beyde Courire zusammen kommen, und wie viel Meilen jeder zurück gelegt habe?

In x Tagen werden sie beyde zusammen kommen. 100 Meilen zu machen brauchte A 12 Tage, also macht er täglich $\frac{100}{12}$ Meilen, mithin in x Tagen $\frac{100x}{12}$ Meilen.

B konnte diese 100 Meilen in 13 Tage zurücklegen, mithin reißt er jeden Tag $\frac{100}{13}$ Meilen, also in x Tagen $\frac{100x}{13}$ Meilen.

A und B legen also zusammen $\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13}$ Meilen zurück. Was sie beyde zurück gelegt haben, beträgt 100 Meilen, oder die ganze Entfernung der beyden Städte. Demnach ist

$$\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13} = 100$$

mit 12. 13. mult.

giebt $1300x + 1200x = 12.1300$

oder $2500x = 15600$

mit 2500 dividirt,

folg. $x = \frac{15600}{2500} = \frac{156}{25} = 6\frac{6}{25}$ Tage.

Also begegnen sie sich in $6\frac{6}{25}$ Tagen.

Probe. A geht täglich $\frac{100}{12}$ Meilen also in $6\frac{6}{25}$ Tagen $\frac{100}{12} . 6\frac{6}{25} = 52$ Meilen. B geht täglich $\frac{100}{13}$ Meil. also in $6\frac{6}{25}$ Tagen $\frac{100}{13} 6\frac{6}{25} = 48$ Meilen, und richtig sind $52 + 48 = 100$ Meilen.

Durch Reguladetri hätte diese Aufgabe kürzer so aufgelöst werden können:

12 Tage – 100 Meilen – x Tage $= \frac{100x}{12}$ Meilen,
ferner 13 Tage – 100 Meilen – x Tage $= \frac{100x}{13}$ Meilen,
addirt, $\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13}$ Meilen.

mithin $\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13} = 100$, und nun schließt man weiter wie vorhin.

119 Aufg. An einem Baume, der 30 Ellen hoch ist, kriechet ein Wurm täglich 3 Ellen hinauf. Bey Nacht fällt er wieder 1 Elle zurück. Zu gleicher Zeit ist oben am Gipfel eine Schnecke, welche bey Tage 4 Ellen herab, und bey Nacht wieder 1 Elle hinauf kriecht. Es fragt sich, in wie viel Tagen beyde einander begegnen, wenn man den Tag zu 24 Stunden rechnet?

In x Tagen werden sie sich einander begegnen. Der Wurm kriecht bey Tage täglich 3 Ellen hinauf und des Nachts wieder 1 Elle zurück, so kriecht er also Tag und Nacht eigentlich nur 2 Ellen am Baume hinauf.

Aus eben den Gründen kriecht die Schnecke in einemmal Tag und Nacht eigentlich nur 3 Ellen am Baume herunter.

Der Wurm der täglich 2 Ellen hinauf kriecht, kriecht in x Tagen $2x$ Ellen hinauf.

Die Schnecke die täglich 3 Ellen herab kriecht, kriecht in x Tagen $3x$ Ellen herab.

Mithin muß $2x + 3x = 5x =$ der ganzen Höhe des Baumes seyn.

Aber die Höhe des Baumes ist $= 30$ Ellen,

also

also ist $5x = 30$
mit 5 divdirt,
folgl. $x = 6$ Tage, in dieser Zeit haben sie sich begegnet, die Probe ist wie gewöhnlich.

120 Aufg. Es liegen 2 Städte 100 Meilen weit von einander: davon gehen 2 Bothen A und B zu gleicher Zeit gegen einander aus, und kommen in 8 Tagen zusammen, und B macht täglich $1\frac{1}{2}$ Meile mehr als A. Wie viel Meilen legt jeder täglich zurück?

A setzen wir, geht täglich x Meilen, also
B wird alsdann täglich $x + 1\frac{1}{2}$ Meilen gehen.

In 8 Tagen wird also A machen $8x$ Meilen, und
B in 8 Tagen $8\,(x + 1\frac{1}{2}) = 8x + 12$ Meilen.
addirt,
Beyde machen also in 8 Tagen $16x + 12$ Meilen.
und in 8 Tagen haben sie sich begegnet, haben also 100 Meilen gemacht.

Daher $16x + 12 = 100$ ist
12 subtrahirt,
bleibt $16x = 88$
mit 16 dividirt,
folgl. $x = 5\frac{1}{2}$ Meile, so A täglich zurücklegt.

Also B $5\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 7$ Meilen täglich.

Die Probe ist wie gewöhnlich.

Man vergleiche diese Auflösung mit der von dem Herrn Prof. Rösler gegebenen in seiner Algebra, Seite 47.

121 Aufg. Es findet sich, daß jedesmal um 12 Uhr der Stunden- und Minutenzeiger an einer Uhr gerade übereinander stehen. Es fragt sich, um wel-

welche Zeit selbige nachdem zum 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. mal wieder gerade übereinander zu stehen kommen?

Auflösung. Zum erstenmale geschiehet dieses in x Minuten. Während der Zeit daß der Stundenzeiger 5 Minuten durchläuft, hat der Minutenzeiger gerade 60 Minuten durchlaufen, so viel läßt sich also hieraus schliessen, daß x mehr denn 5 Minuten beträgt, und wenn der Minutenzeiger gerade über dem Stundenzeiger stehen soll, so muß, indem der Stundenzeiger x Minuten gegangen ist, der Minutenzeiger $60 + x$ Minuten gegangen haben, und weil dieser 12 Minuten gehet, wenn der andere 1 Minute gehet: so ist

$$12x = 60 + x \quad x \text{ subtr.}$$

$$\text{bleibt } 11x = 60 \quad \text{mit 11 dividirt,}$$

$$\text{folgl. } x = 5\tfrac{5}{11} \text{ Minuten.}$$

Also ist der Stundenzeiger $5\frac{5}{11}$ Minuten gegangen, da sie zum erstenmal über einander zu stehen gekommen; über $2 . 5\frac{5}{11} = 10\frac{10}{11}$, das 2te; über $3 . 5\frac{5}{11} = 16\frac{4}{11}$, das 3te; über $4 . 5\frac{5}{11} = 21\frac{9}{11}$, das 4te; über $5 . 5\frac{5}{11} = 27\frac{3}{11}$, das 5te; über $6 . 5\frac{5}{11} = 32\frac{8}{11}$, das 6te; über $7 . 5\frac{5}{11} = 38\frac{2}{11}$, das 7te; über $8 . 5\frac{5}{11} = 43\frac{7}{11}$, das 8te; über $9 . 5\frac{5}{11} = 49\frac{1}{11}$, das 9te; über $10 . 5\frac{5}{11} = 54\frac{6}{11}$, das 10te; und endlich über $11 . 5\frac{5}{11} = 60$ Minuten das 11temal.

122 Aufg. Ein Comet geht täglich 10 Grad, der Mond in eben der Richtung 13 Grad. Wann wird der Mond den Cometen bedecken, wenn sie jetzt noch 20 Grad von einander sind?

Gewiß in x Tagen.

Täg-

Täglich geht der Comet 10 Grad, also in x Tagen $10x$ Grad; und der Mond geht täglich 13 Grad, also in x Tagen $13x$ Grad. Wenn nun der Mond den Cometen in der Zeit x eingeholt haben soll, so muß $12x = 10x + 20$ seyn

$10x$ subtr.

bleibt $3x = 20$

mit 3 dividirt,

folgl. in $x = 6\frac{2}{3}$ Tagen wird er ihn eingeholt haben.

123 Aufg. Ein Bote, welcher in 2 Stunden 5 Meilen geht, ist vor 9 Stunden von einem Orte abgegangen. Man schickt ihm einen andern Boten nach, dessen Geschwindigkeit so groß ist, daß er in 3 Stunden 11 Meilen geht. Nun will man wissen, wo der zweyte Bote den ersten antreffen wird.

Wenn x der Weg ist, welchen der zweyte Bote zurücklegt, ehe er den ersten antrift: so ist offenbar, daß dieser Weg gleich seyn muß dem Wege, welchen der erste Bote in den 9 Stunden, welche er voraus hatte, zurückgeleget, und dem Wege, welchen eben der erste Bote in der Zeit, da der zweyte gegangen ist, zurückgelegt hat.

Der zweyte Bote macht 11 Meilen in 3 Stunden, also eine Meile in $\frac{3}{11}$ Stunden und also x Meilen in $\frac{3x}{11}$ Stunden.

Der erste Bote geht in 2 Stunden 5 Meilen, also in einer Stunde $\frac{5}{2}$ Meilen.

Der erste Bote, ehe er von dem andern eingeholt wird, ist $9 + \frac{3x}{11}$ Stunden unterweges. Da er nun jede Stunde $\frac{5}{2}$ Meilen geht: so macht er in $9 + \frac{3x}{11}$ Stunden $\frac{5}{2}(9 + \frac{3x}{11}) = \frac{45}{2} + \frac{15x}{22}$ Meilen.

Es ist also,

$$\frac{45}{2} + \frac{15x}{22} = x \qquad \text{mit 22 multipl.}$$

$$\text{giebt } 495 + 15x = 22x \qquad 15x \text{ subtrahirt,}$$

$$\text{bleibt } 495 = 7x \qquad \text{mit 7 dividirt,}$$

folgl. $70\frac{5}{7} = x$ Meilen. So viel Meilen muß der zweyte Bote zurücklegen, ehe er den ersten antrift.

Probe. Der erste Bote macht die $70\frac{5}{7}$ Meilen in $\frac{2}{5}\cdot 70\frac{5}{7} = 28\frac{2}{7}$ Stunden, hiervon die 9 Stunden, so er vor dem zweyten voraus hat, abgezogen, bleiben $19\frac{2}{7}$ Stunden.

Der zweyte Bote macht $70\frac{5}{7}$ Meilen in $\frac{3}{11}\cdot 70\frac{5}{7} = 19\frac{2}{7}$ Stunden, also ist der erste Bote mit dem zweyten nach Abzug der 9 Stunden gleich lange unterwegens gewesen, wie es auch die Aufgabe heischt.

124 Aufg. Montags Abend um 8 Uhr reißt ein Bote von Orleans nach Spanien ab, und reißt in 3 Stunden 7 Meilen. Ihm wird ein anderer Bote am ersten Dienstag Vormittags um 10 Uhr von Paris, dessen Entfernung von Orleans wir 34 Meilen setzen wollen, nachgeschickt, dieser muß in 4 Stunden 13 Meilen reisen. Ist die Frage wo sie einander angetroffen?

Der zweyte Bote hat x Meilen zurücklegen müssen, ehe er den ersten einholt. Da nun der zweyte Bote 13 Meilen in 4 Stunden macht: so macht er x Meilen in $\frac{4}{13}x$ Stunden.

Der erste Bote macht in 3 Stunden 7 Meilen, also wird er in $\frac{4}{13}x$ Stunden $\frac{7}{3}\cdot\frac{4}{13}x = \frac{28}{39}x$ Meilen machen; und 14 Stunden ist der zweyte Bote spä-

später ausgereißt als der erste, in dieser Zeit macht also der erste noch $\frac{7}{3} \cdot 14 = \frac{98}{3}$ Meilen. 34 Meilen hat er schon vor dem 2ten voraus, also hat er überhaupt gereißt

$$34 + \frac{98}{3} + \frac{28}{39}x = x$$

oder $\frac{200}{3} + \frac{28}{39}x = x$ — mit 39 multipl.

giebt $2600 + 28x = 39x$ — $28x$ subtr.

bleibt $2600 = 11x$ — mit 11 dividirt,

folgl. $236\frac{4}{11} = x$ Meile = dem Wege, den der zweyte Bote machen muß, ehe er den ersten einholt.

125 Aufg. 14250 Thlr. sollen unter 3 Personen so vertheilt werden, daß die Summen, die sie erhalten, sich verhalten wie 3, 5 und 11: das heißt der Theil des Ersten soll sich zum Theil des Zweyten verhalten, wie 3 : 5, und der Theil des Ersten zum Theil des Dritten, wie 3 : 11.

Es sey also der Theil des Ersten $= x$.

Den Theil des Zweyten und Dritten finde ich, wenn ich nach der Regeldetri rechne, so

$3 : 5 = x : \frac{5 \cdot x}{3}$ = dem Theile des Zweyten,
$3 : 11 = x : \frac{11 \cdot x}{3}$ = dem Theile des Dritten.

Alle 3 Theile zusammen müssen der zu vertheilenden Summe gleich seyn.

Folgl. $x + \frac{5 \cdot x}{3} + \frac{11 \cdot x}{3} = 14250$

oder $x + \frac{16 \cdot x}{3} = 14250$ — mit 3 mult.

erhält man $3x + 16x = 3 \cdot 14250$

oder $19x = 3 \cdot 14250$ — mit 19 dividirt,

giebt $x = \frac{3 \cdot 14250}{19}$,

oder $x = 3 \cdot 750 = 2250$
und $\frac{5}{3} \cdot x = \frac{5 \cdot 3 \cdot 750}{3} = 5 \cdot 750 = 3750$
und $\frac{11}{3} x = \frac{11 \cdot 3 \cdot 750}{3} = 11 \cdot 750 = 8250$

Summa 14250 Thlr.

126 Aufg. Auf einer Uhr zeigt die Nadel der Stunden genau 17 Minuten, und die Nadel der Minuten zeigt genau 24 Minuten, das heißt: es ist 3 Uhr, 24 Minuten. Man frägt: bei welcher Zahl von Stunden und Minuten diese Nadel genau übereinander stehen werden.

Ehe der Minutenzeiger von seinem jetzigen Ort dahin kommt, wo jetzt der Stundenzeiger steht, muß er 53 Minuten durchlaufen, und in diesem Sinne kann man sagen, sie sind jetzt 53 Minuten von einander entfernt. Ferner ist bekannt, daß indem der Stundenzeiger 5 Minuten durchläuft, der Minutenzeiger 60 durchgelaufen. Man nenne nun die Zahl der Minuten, die die Zeiger durchlaufen müssen, ehe sie gerade übereinander stehen, x.

Der Minutenzeiger durchläuft 60 Minuten, indem der Stundenzeiger nur 5 macht: oder jener macht 12 Minuten, indem der letztere nur 1 Minute durchläuft, also werden x Minuten in

$\frac{1}{12}x$ Minuten eingeholt.

Die Entfernung von 53 Minuten werden in 53 Minuten eingeholt.

Die Zeit des Einholens zusammen $= \frac{1}{12}x + 53$.

laut der Aufg. muß $\frac{1}{12}x + 53 = x$ seyn — $\frac{1}{12}x$ abgezogen,

bleibt $53 = \frac{11}{12}x$ — mit $\frac{11}{12}$ dividirt,

giebt $x = 57\frac{9}{11}$ Minuten.

$(3$ St. $+ 24$ M.$) + (57\frac{9}{11}$ M.$) = 4$ St. $21\frac{9}{11}$ M.

127 Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu 5 und zu 12 addirt, zwey Summen geben, welche sich verhalten wie 3 : 4.

Es sey x diese Zahl, so muß laut der Aufgabe

$(5 + x) : (12 + x) = 3 : 4$ seyn,

also $4 . (5 + x) = 3 . (12 + x)$,

oder $20 + 4x = 36 + 3x$. — 20 subtr.

bleibt $4x = 16 + 3x$ — 3x subtr.

folgl. $x = 16$

Probe. $5 + x = 5 + 16 = 21$,

$12 + x = 12 + 16 = 28$.

Und 21 verhält sich zu 28 wie 3 zu 4.

Wie die Aufgabe verlangt.

128 Aufg. Eine Zahl zu finden, die von 7 und von 8 subtrahirt Reste läßt, die sich verhalten wie 3 : 4.

Es sey x diese Zahl.

So muß der Aufgabe gemäß sich verhalten,

$7 - x : 8 - x = 3 : 4$.

mithin $3 . (8 - x) = 4 . (7 - x)$

oder $24 - 3x = 28 - 4x$ — 24 subtr.

bleibt $- 3x = 4 - 4x$ — 4x subtr.

folgl. $x = 4$.

Probe. $7 - x = 7 - 4 = 3$,

$8 - x = 8 - 4 = 4$.

Und offenbar verhält sich,

$3 : 4 = 3 : 4$.

129 Aufg. Eine Zahl zu finden die zu 1 und 2 addirt, Summen giebt, die sich verhalten wie 3 : 4.

x sey unsre zu findende Zahl:

so soll sich der Aufgabe gemäß verhalten,

$$1 + x : 2 + x = 3 : 4$$

also $4(1 + x) = 3(2 + x)$

oder $4 + 4x = 6 + 3x$

——————————— 4 subtr.

bleibt $4x = 2 + 3x$

——————————— $3x$ subtr.

bleibt $x = 2.$

Probe. $1 + x = 1 + 2 = 3$

$2 + x = 2 + 2 = 4$

Offenbar verhält sich,

$$3 : 4 = 3 : 4.$$

130 Aufg. Eine Zahl zu finden, die von 5 subtrahirt, und zu 7 addirt eine Differenz und Summe giebt, die sich verhalten wie 2 : 3.

Die gesuchte Zahl sey x:

so ist vermöge der Aufgabe

$$5 - x : 7 + x = 2 : 3$$

mithin $3(5 - x) = 2(7 + x)$

oder $15 - 3x = 14 + 2x$

——————————— 14 subtr.

bleibt $1 - 3x = 2x$

——————————— $- 3x$ subtr.

bleibt $1 = 5x$

——————————— mit 5 dividirt,

folgl. $\frac{1}{5} = x.$

Probe. $5 - x = 5 - \frac{1}{5} = 4\frac{4}{5} = \frac{24}{5},$

$7 + x = 7 + \frac{1}{5} = 7\frac{1}{5} = \frac{36}{5}.$

$\frac{24}{5}$ verhält sich zu $\frac{36}{5}$ wie 2 zu 3, wie die Aufgabe es verlangt.

131 Aufg. Drey Arbeiter, wovon der Erste täglich 5 Cubikfuß Erzt aus der Grube schaft, der Andere täglich 7, und der Dritte täglich 8 Cubikfuß. Man frägt, in welcher Zeit diese drey Arbeiter, wenn sie zusammen arbeiteten, 100 Cubikfuß aus der Grube schaften?

Da uns die Zahl der Tage, die sie um die 100 Cubikfuß herauszuschaffen, unbekannt ist: so wollen wir sie mit x bezeichnen.

Der Erste schaft in einem Tage 5 Cubikfuß heraus, also in x Tagen $5x$ Cubikfuß.

Der Andere in einem Tage 7, also in x Tagen, $7x$ Cubikfuß.

Der Dritte in einem Tage 8, also in x Tagen, $8x$ Cubikfuß.

Nun müssen aber diese 3 Arbeiter 100 Cubikfuß in x Tagen herausgeschaft haben, also muß

$5x + 7x + 8x = 100$ seyn,

oder $20x = 100$ mit 20 dividirt,

folgl. $x = 5$ Tage.

132 Aufg. Man hat einen faulen Arbeiter gedungen, und ihm jeden Tag, den er arbeitete, Essen und Trinken und noch 2 Groschen versprochen; mit der Bedingung, ihm für jeden Tag, an den er nicht arbeitete, nicht allein gar nichts zu geben, sondern noch überdem allemal 6 Pf. oder $\frac{1}{2}$ Groschen einzubehalten. Nach 30 Tagen rechnet man mit ihm zusammen, und findet, daß er gar nichts erhält. Man frägt, wie viel Tage er gearbeitet hat?

Die

Die Anzahl der Tage, die er gearbeitet haben mag, wollen wir x nennen.

Da er nun täglich 2 Gr. erhalten hat: so hat er in x Tagen $2x$ Groschen erhalten.

$30-x$ sind die Tage, die er gefaulenzt hat, für jeden dieser Tage muß er $\frac{1}{2}$ Groschen als Strafe erlegen, folglich für $(30-x)$ Tage, $\frac{1}{2}(30-x)$ Groschen.

Da er nun laut der Aufgabe nach gehaltener Rechnung nichts erhalten hat: so muß

$2x = \frac{1}{2}(30-x)$ seyn

oder $2x = 15 - \frac{1}{2}x$ — $\frac{1}{2}x$ subtr.

bleibt $\frac{5x}{2} = 15$ mit $\frac{5}{2}$ dividirt,

folgl. $x = 6$ Tage.

133 Aufg. Eine Zahl zu finden, deren Hälfte, den dritten und zweifünftel Theil zusammen diese Zahl um 7 übertreffen.

Diese zu findende Zahl sey x, so soll seyn,

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x = x + 7$ alle Brüche auf einerley Benennung gebracht.

giebt $\frac{15}{30}x + \frac{10}{30}x + \frac{12}{30}x = x + 7$ die Brüche add.

folgl. $\frac{37}{30}x = x + 7$ x abgezogen.

bleibt $\frac{7}{30}x = 7$ mit $\frac{7}{30}$ dividirt,

giebt $x = 30$.

Probe. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}.\ 30 = 15$

$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}.\ 30 = 10$

$\frac{2}{5}x = \frac{2}{5}.\ 30 = 12$

$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x =$, , 37

x ist nur 30 abgezogen.

Bleibt 7 wie es die Aufgabe verlangt.

134 Aufg. Aus dem Orte M. wird ein Bote fortgeschickt, der täglich 4 Meilen zurücklegt. Ein Tag nachher wird ihm ein anderer Bote aus dem N der 18 Meilen von dem Orte M entfernt ist, nachgeschickt, dieser macht täglich 6 Meilen. Wann wird der Zweyte Bote den Ersten eingeholt haben?

Antwort. Nach x Meilen wird der Zweyte Bote den Ersten eingeholet haben. Wie viel übrigens x betragt, finden wir so.

Da der Zweyte Bote 6 Meilen zurücklegt, indem der Erste nur 4 Meilen zurücklegt, oder indem der Zweyte Bote eine Meile zurücklegt, hat der Erste nur $\frac{2}{3}$ Meile gemacht. Also wann der Zweyte Bote x Meilen zurücklegt: so macht der Erste,

$\frac{2}{3}x$ Meilen,
4 Meilen, weil er einen Tag voraus hat,
18 Meilen die Entfernung der Oerter M und N.

addirt,

$\frac{2}{3}x + 22$ sämmtliche Meilen, so der Erste Bote gemacht hat, während der Zweyte x Meilen macht,

folglich muß $\frac{2}{3}x + 22 = x$ seyn — $\frac{2}{3}x$ subtr.

$22 = \frac{1}{3}x$ — mit 3 multipl.

mithin $66 = x$ Meilen.

135 Aufg. Man will 720 Kanonen auf drey Festungen vertheilen, und zwar auf der grösten 80 mehr als in der kleinsten, und 40 mehr in der mittlern als in der kleinsten. Wie viel kommen in jede Festung?

Wenn man mir sagte, wie viel Kanonen in die kleinste Festung gekommen sind: so darf ich hierzu nur 40 addiren, um die Anzahl zu wissen, die in die mittlere Festung gekommen sind. Hätte ich statt 40,

80 addirt: so würde ich die Anzahl erhalten haben, die in die gröste Festung hingekommen. Addire ich alsdenn diese 3 Zahlen: so muß ihre Summe gleich 720 seyn.

Wir wollen daher die Anzahl der Kanonen, die in die kleinste Festung hinkommen müssen, gleich x setzen, so kommen in die mittlere Festung $x + 40$, und in die gröste Festung , , $x + 80$,
addirt,
giebt $3x + 120$.

Weiter erfordert die Aufgabe, daß
$3x + 120 = 720$ seyn muß, 120 subtr.
läßt zum Rest $3x = 600$ mit 3 dividirt,
giebt $x = 200$
also $x + 40 = 240$
und $x + 80 = 280$

und $200 + 240 + 280 = 720$, wie es seyn soll.

136 Aufg. Ein Offizier, der den Auftrag hat, eine feindliche Armee zu recognosciren, meldet seinem General, daß diese Armee aus 35000 Mann besteht; daß sie 4mal mehr Infanterie als Cavallerie hat; daß halb so viel Dragoner als Cavallerie; und daß 3mal so viel leichte Truppen als Dragoner sind. Welche ist die Anzahl jeder dieser Truppen?

Wenn man durch x die Anzahl der Cavallerie andeutet; so ist die Anzahl der Infanterie $4x$,
der Dragoner , , $\frac{1}{2}x$,
der leichten Truppen , $\frac{3}{2}x$.

Es ist klar, daß $x + 4x + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x = 35000$ seyn muß,

oder $7x = 35000$
mit 7 dividirt,
folgl. $x = 5000$ Cavallerie,
$\frac{1}{2}x = 2500$ Dragoner,
$\frac{3}{2}x = 7500$ leichte Truppen,
$4x = 20000$ Infanterie.

Summa 35000.

137 Aufg. Vier Soldaten haben zusammen für ihre Cammeraden 1000 Gewehre geputzt; der 2te hat 120 weniger geputzt als der erste; der 3te 50 weniger als der 2te; und der 4te 180 weniger als der 3te. Wie viel hat jeder Gewehre geputzt?

Der 1ste Soldat hat x Gewehre geputzt,
der 2te „ „ $x - 120$ geputzt,
der 3te „ „ $x - 170$ geputzt,
der 4te „ „ $x - 350$ geputzt,
addirt,
erhält man $4x - 640$.

Man hat also folgende Gleichung,
$4x - 640 = 1000$
— 640 subtr.
bleibt $4x = 1640$
mit 4 dividirt,
folgl. $x = 410$ so viel hat der 1ste geputzt,
$x - 120 = 290$ „ „ der 2te geputzt,
$x - 170 = 240$ „ „ der 3te geputzt,
$x - 350 = 60$ „ „ der 4te geputzt,
addirt,
Summa 1000 Gewehre.

138 Aufg. Drey Personen haben zusammen 96 Jahr; der Zweyte ist 2 Jahr jünger als der Erste, und der Dritte 4 Jahr älter als die ersten Beyden zusammen genommen. Welches ist das Alter eines Jeden?

Das

Das Alter des 1sten sey $= x$
so ist das Alter des 2ten $= x - 2$
" " des 3ten $= 2x + 2$
add.
Aller 3 Alter zusammen $= 4x = 96$
mit 4 dividirt,
folgl. $x = 24$ Alter des 1sten,
$x - 2 = 22$ Alter des 2ten,
$2x + 2 = 50$ Alter des 3ten,
Summa 96 Jahr.

Wer des Jüngsten Alter gleich x setzte,
der findet des Ersten Alter $= x + 2$,
" des Dritten Alter $= 2x + 6$.
Summa $4x + 8 = 96$.

Und hieraus $x = 22$ Jahr. Jene Auflösung ist dieser vorzuziehen, da sich in jener $- 2$ und $+ 2$ einander aufheben, und dadurch eine einfachere Gleichung entstehet.

139 Aufg. Ein Holzhändler kauft Holz, welches er nachher 1500 Thlr. theurer verkauft, als er es gekauft hat. Bei diesem Verkauf findet sich, daß man an den Verkaufpreis 10 procent gewonnen hat. Wie theuer hat er das Holz eingekauft?

Er habe x Thlr. gegeben: so hat er gelöst bei dem Verkauf $x + 1500$ Thlr.

10 procent hiervon wäre $= \frac{x + 1500}{10}$, so viel wäre also der Gewinnst. Nun wissen wir aber auch, daß der Gewinnst 1500 Thlr. beträgt, mithin muß
$\frac{x + 1500}{10}$ Thlr. $= 1500$ Thlr. seyn,
mit 10 multipl.
giebt $x + 1500$ Thlr. $= 15000$ Thlr.
1500 subtr.
folgl. $x = 13500$ Thlr.

Pro-

Probe. 10 procent von $(x + 1500) = 15000$ macht 1500 Thlr. der Aufgabe gemäß.

140 Aufg. Man hat eine Mischung von Salpeter und Schwefel, welche auf 8 ℔. Salpeter, 1 ℔. Schwefel enthält. Man frägt, wie viel man dieser Mischung Salpeter beifügen muß, damit auf 9 ℔. von dieser Mischung nicht mehr als $\frac{1}{4}$ ℔. Schwefel kömmt.

Da auf 8 ℔. Salpeter, 1 ℔. Schwefel kommt, das heißt in einer Mischung von 9 ℔. sind 8 ℔. Salpeter und 1 ℔. Schwefel. Kömmt nun zu der Mischung von 9 ℔. noch x ℔. Salpeter: so hat man eine Mischung von $9 + x$ ℔., worunter nur 1 ℔. Schwefel befindlich ist.

In $9 + x$ ℔. Mischung ist 1 ℔. Schwefel befindlich, wie viel in 9 ℔. Mischung? Antwort $\frac{9}{9+x}$ ℔. Schwefel.

Die Aufgabe will, daß unter 9 ℔. Mischung nur $\frac{1}{4}$ ℔. Schwefel seyn soll. Mithin muß

$\frac{9}{9+x}$ ℔. Schwef. $= \frac{1}{4}$ ℔. Schwef. seyn, — mit 4 mult.

giebt $\frac{36}{9+x}$ ℔. $= 1$ ℔. — mit $9 + x$ multipl.

giebt $36 = 9 + x$ — 9 subtr.

folgl. $27 = x$, also muß man 27 ℔. Salpeter zu der Mischung hinzuthun.

141 Aufg. Auf einer Grube werden zwey Gegenörter gegeneinander getrieben, die jetzt noch $33\frac{3}{16}$ Lachter von einander entfernt sind. Vor dem einen wird wöchentlich $\frac{3}{8}$ Lachter herausgeschlagen, vor dem andern aber $\frac{3}{16}$ Lachter. Man will wissen, wenn sich die

die Festigkeit des Gesteins nicht ändert, in welcher Zeit der Durchschlag dieser Oerter erfolgt.

Die Zeit des Durchschlages beyder Gegenörter sey x Wochen.

Da nun vor dem einen Orte wöchentlich $\frac{3}{8}$ Lachter herausgeschlagen werden: so werden in x Wochen gewiß $\frac{3}{8}. x$ Lachter herausgeschlagen.

Vor dem andern Orte werden wöchentlich $\frac{3}{16}$ Lachter herausgeschlagen, mithin in x Wochen $\frac{3}{16}x$ Lachter.

In x Wochen sollen aber $33\frac{3}{16}$ Lachter herausgeschlagen seyn,

daher muß $\frac{3}{8}x + \frac{3}{16}x = 33\frac{3}{16}$ seyn, mit 16 mult.

giebt $6x + 3x = 531$

oder $9x = 531$ mit 9 dividirt,

folgl. $x = 59$ Wochen.

Es werden zwey Oerter gegen einander getrieben, deren jetzige Entfernung von einander bekannt ist. Auch weiß man, wie viel wöchentlich vor jedem Orte herausgeschlagen wird.

Man soll die Zeit finden, in der beyde Gegenörter mit einander durchschlägig werden; vorausgesetzt, daß sich die Festigkeit des Gesteins nicht ändert.

Um eine allgemeine Formel für diese Aufgabe zu geben, bedienen wir uns der Buchstaben als allgemeiner Zeichen der gegebnen Zahlen und der zu suchenden.

Es

Es sey daher.

Die Entfernung beyder Gegenörter	= d Lachter,
Was vor dem einen wöchentlich herausgeschlagen wird	= a Lachter,
Was vor dem andern in einer Woche herausgeschlagen wird	= b Lachter,
Die verlangte Zeit des Durchschlages . .	= x Wochen.

Um nun x algebraisch zu finden, wird gewöhnlich so geschlossen.

In x Wochen, werden vor dem ersten Orte ax und vor dem zweyten bx Lachter herausgeschlagen, also an beyde Oerter in x Wochen $(ax + bx)$ Lachter.

Demnach hat man folgende Gleichung,

$$ax + bx = d.$$

oder $(a + b)\,x = d$ mit $a + b$ dividirt,

folgl. $x = \frac{d}{a + b}$ Lachter.

Diese gefundene Formel in Worten ausgedrückt, oder die aus ihr abzuleitende wörtliche Vorschriften sind folgende:

Was vor jedem Orte wöchentlich herausgeschlagen wird, addire man zusammen, und dividire mit dieser Summe in beyder Gegenörter Entfernung.

Der Quotient giebt das Verlangte.

Andere Auflösung.

An dem einen Orte, werden wöchentlich a an dem andern b Lachter herausgeschlagen, also werden wöchentlich an beyden Oertern zusammen herausgeschlagen $(a + b)$ Lachter,

mit-

mithin in x Wochen, $(a + b)x = d$ — mit $a + b$ dividirt,

folgl. $x = \frac{d}{a+b}$, wie vorhin.

In der vorhergehenden Aufgabe ist $a = \frac{3}{8}$, $b = \frac{3}{16}$, und $d = 33\frac{3}{16}$ Lachter.

Vor dem Stellorte zurück steht m Lachter die Stellfirste an.

Es soll dieselbe dem Orte nachgerissen und daher belegt werden, so daß nach befundener Festigkeit des Gesteins wöchentlich p Lachter herausgeschlagen, da hingegen vor Ort in eben der Zeit q Lachter aufgefahren wird.

Man verlangt bey Voraussetzung einerley Gesteinsfestigkeit zu wissen, in wie viel Wochen die Firste dem Stellorte nachgerissen ist.

Dieses geschehe in x Wochen. Da nun wöchentlich p Lachter herausgeschlagen werden: so beträgt dieses in x Wochen eine Länge von px Lachter. Vor dem Orte werden in eben der Zeit qx Lachter aufgefahren.

Um die Bedingung der Aufgabe zu erfüllen, muß

$px = m + qx$ seyn, — qx subtrahirt,

bleibt $px - qx = m$

oder $(p - q)x = m$ — mit $p - q$ dividirt,

folgl. $x = \frac{m}{p-q}$.

Diese Formel in Worten ausgedrückt, heist:

Was wöchentlich vor Orte aufgefahren wird, ziehe man ab von dem, was wöchentlich mit der Firste herausgeschlagen werden soll.

Und dividire mit dieser Differenz in die gegebene Entfernung des Stellorts vor der Firste.

Der Quotient ist die verlangte Anzahl Wochen.

An-

Anmerk. Kommt dieser Quotient negativ, welches geschiehet, wenn q größer, als p, oder wenn vor Ort Woche mehr in einer herausgeschlagen wird, als bey der Firste: so holt diese das Ort nicht ein; dies geschieht auch wenn p = q.

Beyspiel.

Die 50 Lachter vor einem Stellorte zurückstehende Stollfirste soll dem Orte nachgerissen, und daher mit 3 Mann zu 8 Stunden belegt werden.

Diesen 3 Arbeitern nun wird nach befundener Gesteinsfestigkeit $2\frac{1}{2}$ Lachter wöchentlich herauszuschlagen aufgegeben, da vor Ort in eben $\frac{1}{2}$ Lachter aufgefahren wird.

In wie viel Wochen wird die Firste dem Orte nachgerissen seyn?

Antwort. $x = \frac{50}{2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 25$ Wochen.

Vor dem Stellorte zurück steht m Lachter die Stallfirste an.

In einer verlangten Zeit = t soll die Firste dem Orte nachgerissen seyn, wenn vor Ort wöchentlich q Lachter herausgeschlagen wird.

Wie viel muß wöchentlich mit der Firste ausgefahren werden?

Was man sucht, sey = y Lachter.

In t Wochen wird also eine Länge von ty Lachter ausgefahren, und vor Orte in eben dieser Zeit qt.

Mithin ist laut der Aufgabe,

$$ty = m + qt$$

mit t dividirt,

folgl. $y = \frac{m + qt}{t}$.

Das heißt in Worten:

Man multiplicire die gegebene Anzahl Wochen, in das, was wöchentlich vor Ort herausgeschlagen wird;

Addire dieses Produkt zu der Entfernung der Firste vom Orte;

Und dividire, was so heraus kommt, durch die gegebene Zeit.

Der Quotient giebt das Verlangte.

Beyspiel.

In 25 Wochen soll die 50 Lachter vor Ort zurückstehende Firste nachgerissen seyn, wenn vor Ort wöchentlich $\frac{1}{2}$ Lachter herausgeschlagen wird.

Wie viel muß wöchentlich mit der Firste aufgefahren werden?

Hier ist

$$m = 50$$
$$q = \tfrac{1}{2}$$
$$t = 25$$

Also

$$y = \frac{50 + \frac{1}{2} \cdot 25}{25} = 2\tfrac{1}{2}.$$

Also wöchentlich $2\frac{1}{2}$ Lachter, wie es auch nach dem vorigen Beyspiele seyn muß.

Anmerk. Die beyden, Seite 112 und 113 gefundene Formeln sind auch brauchbar, wenn statt Firste, Strosse vorkommt.

Auch da, wo zwey Oerter über einander getrieben werden, und das eine um die Entfernung m schon voraus ist.

Es ist die Entfernung d zweyer Gegenörter gegeben;

Auch die Zeit t, in der beyde durchschlägig zu machen sind;

Ingleichen was wöchentlich vor einem Orte herausgeschlagen wird = a.

Man soll finden, wie viel in einer Woche vor dem andern Orte herausgeschlagen werden muß, damit beyde Oerter in der gegebenen Zeit durchschlägig werden, wenn sich die Festigkeit des Gesteins nicht ändert.

Was man sucht, sey = y.

In t Wochen wird vor dem einen Ort herausgeschlagen at; vor dem andern in eben der Zeit yt. Beyde zusammen müssen gleich der Entfernung d seyn.

Also

$$at + yt = d$$

at subtr.

$$\text{bleibt } yt = d - at$$

mit t dividirt,

$$\text{folgl } y = \frac{d - at}{t}.$$

In Worten.

Man multiplicire die gegebene Zeit des Durchschlages in das, was wöchentlich vor dem einem Orte herausgeschlagen wird;

Ziehe dieses Produkt ab von der Entfernung beyder Gegenörter;

Und dividire diese Differenz durch die gegebene Zeit:

Der Quotient giebt an, was wöchentlich vor dem andern Orte aufgefahren werden muß.

Beyspiel.

Vor dem einen Gegenorte wird die Woche $\frac{3}{8}$ lachter aufgefahren;

Beyde $33\frac{3}{16}$ lachter von einander entfernte Gegenörter sollen in 59 Wochen durchschlägig gemacht werden;

Wie viel muß in dieser Rücksicht vor dem andern Ort wöchentlich herausgeschlagen werden?

Antwort. $y = \frac{33\frac{3}{16} - 59 \cdot \frac{3}{8}}{59} = \frac{3}{16}$ lachter.

142 Aufg. Auf einer Grube hat man zwey Haufen Erz, wovon der erste a Centner wichtig ist, und der Centner m Loth Silber hält, hingegen vom andern Haufen kommt der Centner mit n Loth Silber, im Gehalte so daß $m > n$;

Nun will man den ersten Haufen mit Erz von dem zweyten vermischen, dergestalt, daß der Centner q Loth Silber hält, und q kleiner als m, aber größer als n ist:

Wie viel muß man in dieser Absicht von dem zweyten Haufen nehmen?

Auflösung.

Gesetzt, man müßte davon x Centner nehmen: so halten diese, nx loth Silber; aber a Centner halten ma loth.

Da nun a Centner mit x Centner vermengt werden: so bekommt man den verlangten dritten Haufen von $(a + x)$ Centnern, und weil hier jeder Centner q loth Silber im Gehalte stehen soll: so stecken in diesem dritten Haufen $(a + x)\,q$ loth Silber.

Aber den Bedingungen der Aufgabe gemäß,

muß

muß seyn $(a + x)\,q = nx + ma$

oder $aq + qx = nx + ma$ — aq subtr.

bleibt $qx = nx + ma - aq$ — nx subtr.

bleibt $qx - nx = ma - aq$

oder $(q - n)\,x = (m - q)\,a$ — mit $q - n$ divid.

folgl. $x = \frac{(m - q)\,a}{q - n}$.

Hieraus hat man die Regel:

Den mittlern Gehalt ziehe man von dem größern ab;

Multiplicire diese Differenz in die gegebene Centnerzahl des ersten Erzhaufens;

Und dividire dieses Produkt durch die Differenz, die man erhält, wenn man den geringern Gehalt von dem mittlern abzieht.

Es sey $a = 10$; $m = 80$; $q = 16$; $n = 4$:
so ist $x = \frac{(80-16) \cdot 10}{16-4} = 53\frac{1}{3}$ Centner.

143 Aufg. Von zwey Haufen Erz A, B, hält der Centner des einen A, m Loth Silber, der Centner des andern B aber, n Loth;

Aus diesen beyden Haufen will man einen dritten von a Centnern machen, so daß der Centner mit b Loth Silber im Gehalte kommt:

Wie viel muß man von jedem nehmen?

Auflösung. Nimmt man x Centner von dem Haufen A: so muß man $(a - x)$ Centner von dem Haufen B nehmen.

Es hält aber x Centner, mx Loth Silber, und $(a - x)$ Centner, $(a - x)\,n$ Loth, so wie a Centner des dritten Haufens ab Loth Silber.

Nach

Nach der Bedingung der Aufgabe muß,

$$(a - x)n + mx = ab \text{ seyn};$$

oder $an - nx + mx = ab$:

daher $mx - nx = ab - an$

oder $(m - n)x = a(b - n)$

folgl. $x = \frac{a(b - n)}{m - n}$.

Und so viel, als diese Formel giebt, muß man von dem Haufen A nehmen;

Von dem andern Haufen B wird also genommen,

$$a - x = a - \frac{a(b - n)}{m - n} = \frac{(m - b)a}{m - n};$$

Beyspiel.

Für $m = 80$ Loth,

$n = 4$ Loth,

$b = 16$ Loth,

$a = 10$ Centner.

ist $x = \frac{(16 - 4)10}{80 - 4} = 1\frac{12}{19}$,

also $a - x = 10 - 1\frac{12}{19} = 8\frac{7}{9}$ Centn.,

welches auch durch die Formel,

$$a - x = \frac{(m - b)a}{m - n} \text{ gefunden wird};$$

da nemlich in dem hier gegebenen Falle

$$\frac{(m - b)a}{m - n} = \frac{(80 - 16)10}{80 - 4} = 8\frac{7}{19} \text{ Centn.}$$

wie oben.

144 Aufg. Wenn man a Centner Erz, wovon der Centner m Loth Silber hält, mit b Centner, wovon der Centner mit 12 Loth im Gehalte kommt, vermengt:

Wie viel Loth Silber hält der Centner von dem gemischten (a + b) Centner?

Auf-

Auflösung. Man setze, er halte x Loth: so ist aus der Natur der Sache klar, daß

$$am + bn = (a + b) x$$

$$\text{folgl. } x = \frac{am + bn}{a + b}.$$

In Worten:

Man multiplicire jede Centnerzahl in den ihrem Haufen zukommenden Gehalt,

Addire beyde Produkte,

Was heraus kommt, dividire man durch die Summe der beyden Anzahl von Centnern.

Der Quotient giebt das Verlangte.

Beyspiel.

Wenn 10 Centner 80 löthig Erz mit 5 Centnern 10 löthiges vermengt wird:

Wieviel Loth Silber hält der Centner von den 15 Centnern?

Hier ist $a = 10$,
$m = 80$,
$b = 5$,
$n = 10$.

Daher $x = \frac{10.\,80 + 5.\,10}{10 + 5} = 56\frac{2}{3}$ Loth.

Wenn in obiger Formel $m = n$: so findet sich

$$x = n.$$

Das heißt, wenn zwey Haufen Erz einerley Gehalt haben: so hat ihre Summe denselben Gehalt.

Ist $a = b$: so findet sich $x = \frac{m + n}{2}$;

Das heißt, wenn zwey gleiche Erzhaufen von verschiedenem Gehalt, zusammen gemengt werden: so ist der Gehalt ihrer Summe gleich der halben Summe beyder Gehalte.

145 Aufg. Wenn Geld postfrei einzusenden ist, und die Post nur bis an einen gewissen Ort die Bezahlung annimmt; wie viel ist der Hauptsumme beizulegen, damit der Empfänger das seinige postfrei erhalte?

Auflösung. Es sey m die Größe welche anzeigt, wie oft das Postgeld von 100 Thlr. in 100 Thlr. enthalten ist. Das, wegen des zu ersetzenden Porto zuzulegende, sey x, die Hauptsumme sey: a so muß übersandt werden, $a + x$ davon muß der Empfänger der Post geben $\frac{a + x}{m}$

daher muß $x = \frac{a + x}{m}$

mit m multipl.

mithin ist $mx = a + x$

x subtr.

bleibt $mx - x = a$

oder $(m - 1) x = a$

mit $(m - 1)$ divid.

folgl. $x = \frac{a}{m - 1}$.

Z. E. Wenn das Postgeld 2 proc. beträgt, so ist $m = 50$. Wären 10000 Thlr. einzusenden, so müßte

$x = \frac{10000}{49} = 204\frac{4}{49}$ Thlr.

etwa 204 Thlr. 2 Gr. zugelegt werden.

146 Aufg. Was mag das für eine Zahl sein, die zu 8 addirt eben so viel giebt, als von 10 subtrahirt?

Auflösung. Man bezeichne diese unbekannte Zahl mit x: so erhält man laut der Aufgabe folgende Gleichung,

$x + 8 = 10 - x$

$- x$ subtr.

giebt $2x + 8 = 10$

8 subtr.

bleibt $2x = 2$

mit 2 dividirt,

folgl. $x = 1$.

All-

Allgemein lautet die Aufgabe so:

Eine Zahl x zu a addirt, giebt eben so viel, als wenn sie von b subtrahirt wird. Wie finde ich x?

Es ist wieder wie vorhin,

$$x + a = b - x$$

und daher finde ich auf die nemliche Art,

$$x = \frac{b - a}{2}.$$

Das heißt: Eine solche Zahl x ist allemal gleich der halben Differenz der beiden gegebenen Zahlen.

Vorhin war $a = 8$, $b = 10$,
daher $x = \frac{10 - 8}{2} = 1$.

Wenn a größer denn b gegeben würde: so fände sich x negativ. Ob nun die Aufgabe in diesem Fall möglich ist oder nicht, das entscheiden die besondern Umstände.

3. Exemp. Von zwey Personen hat der eine 87 Thlr. nnd der andere 55 Thlr. baar Geld im Schranke, beide sind aber an eine dritten Person gleich viel schuldig, nemlich jeder x Thlr. Subtrahirt der erste seine Schuld algebraisch von seinem baaren Vermögen, und der andere addirt sie algebraisch zu dem seinigen, so haben beyde gleich viel Vermögen. Wie groß ist die Schuld?

Hier ist also $a = 87$; und $b = 55$,
mithin $x = \frac{55 - 87}{2} = -- 16$ Thlr.

Das Zeichen (--) will hier weiter nichts anzeigen, als daß die 16 Thlr. nicht Vermögen, sondern Schulden vorstellen, und diese Unterscheidung heischt die Aufgabe, weil hier Vermögen und Schuld zugleich mit in der Berechnung vorkommen.

Die-

Diese Erläuterung steht nur für Anfänger hier. Dem Mathematiker ist es nichts neues, die Differenz also auch die halbe Differenz zweyer Zahlen negativ zu finden, und jedesmal weiß er welchen Gebrauch er davon zu machen hat, und kann vermöge seiner tiefern Einsichten in dergleichen Fällen nie irre geleitet werden.

147 Aufg. Sempronius hatte von seinen 100 Thlr. so viel dem Titius, der vorher nur 20 Thlr. hatte, gegeben, daß sie beide gleich viel haben. Wie viel hat der Sempronius dem Titius gegeben?

Auflösung. Sempronius habe an Titius gegeben x Thlr:

so behielt Sempronius noch $(100 - x)$ Thlr.,
und Titius hat nun $(20 + x)$ Thlr.

Jetzt sollen nun beyde gleich viel haben,
daher ist $20 + x = 100 - x$ — x subtr.
bleibt $20 + 2x = 100$ 20 subtr.
bleibt $2x = 80$ mit 2 dividirt,
folgl. $x = 40$ Thlr.

Probe. $20 + 40 = 60$ Thlr.; und $100 - 40$ auch gleich 60 Thlr.

148 Aufg. Man verlangt die Zahl zu wissen, deren dritter Theil um 2 größer ist, als der vierte Theil.

Auflösung. Diese verlangte Zahl sey x,

so ist der dritte Theil dieser Zahl $= \frac{x}{3}$,
der vierte Theil dieser Zahl $= \frac{x}{4}$,

und

und demnach laut der Aufgabe,

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2 \quad \text{mit 12 multipl.}$$

$$\text{giebt } \frac{12x}{3} - \frac{12x}{4} = 24$$

$$\text{oder } 4x - 3x = 24$$

$$\text{folgl. } x = 24.$$

Probe. Da $x = 24$, so ist $\frac{1}{3}x = 8$ und $\frac{1}{4}x = 6$.

Demnach $8 - 6 = 2$, wie verlangt worden.

149 Aufg. Eine solche Zahl zu finden, daß 8 herauskomme, wenn man zu der Zahl 8 addirt, die Summe davon mit 8 dividirt, und noch von dem Quotienten 8 subtrahirt.

Auflösung. Diese gesuchte Zahl sey x, so soll laut der Aufgabe,

$$\frac{x+8}{8} - 8 = 8 \text{ seyn,}$$

$$\text{das heißt } \frac{x}{8} + 1 - 8 = 8$$

$$\text{oder } \frac{x}{8} - 7 = 8 \quad -7 \text{ subtr.}$$

$$\text{bleibt } \frac{x}{8} = 15 \quad \text{mit 8 multipl.}$$

$$\text{folgl. } x = 15 . 8 = 120.$$

Probe. $\frac{120+8}{8} - 8 = 15 + 1 - 8 = 8$, wie es die Aufgabe verlangt.

Allgemein abgefaßt wäre die Aufgabe folgende:

Eine solche Zahl zu finden, daß d herauskomme, wenn man zu der Zahl a addirt, die Summe mit b dividirt und von dem Quotienten noch c subtrahirt.

Auflösung. x sey die zu suchende Zahl:

so

so ist laut der Aufgabe

$$\frac{x+a}{b} - c = d \qquad -c \text{ subtr.}$$

$$\text{bleibt } \frac{x+a}{b} = d + c \qquad \text{mit } b \text{ multipl.}$$

$$\text{kömmt } x + a = b\,(d + c) \qquad a \text{ subtr.}$$

$$\text{folgl. } x = b\,(d + c) - a.$$

Dieses giebt folgende Regel in Worten:

Die Summe von dem, was herauskommen und abgezogen werden soll, mit dem Divisor multiplicirt, und davon die Zahl, die addirt werden soll, abgezogen, giebt das Verlangte.

150 Aufg. Eine Zahl zu finden, deren $\frac{n}{m}$ Theil um a größer ist als der $\frac{p}{q}$ Theil.

Auflösung. Es sey die gesuchte Zahl x, so ist ihr $\frac{n}{m}$ Theil $= \frac{n}{m}x$, und der $\frac{p}{q}$ Theil $= \frac{p}{q}x$.

laut der Aufgabe ist also,

$$\frac{n}{m}x = \frac{p}{q}x + a \qquad \frac{p}{q}x \text{ subtrah.}$$

$$\text{bleibt } \frac{n}{m}x - \frac{p}{q}x = a$$

$$\text{oder } \left(\frac{n}{m} - \frac{p}{q}\right)x = a \qquad \text{mit } \frac{n}{m} - \frac{p}{q} \text{ divid.}$$

$$\text{folgl. } x = \frac{a}{\frac{n}{m} - \frac{p}{q}}.$$

Dieses giebt folgende Regel in Worten:

Man dividire mit der Differenz der zu nehmenden Theile, in die Differenz der schon genommenen Theile, so erhält man das Verlangte.

Wenn

Wenn $n = p = 1$ gesetzt wird: so verwandelt sich die Formel für x in

$$\frac{a}{\frac{1}{m} - \frac{1}{q}} = \frac{qma}{q - m}$$

und setzt man $m = q = 1$, so erhält man

$$x = \frac{a}{n - p}.$$

Aus diesen Formeln mag ein Anfänger zur Uebung sich wieder Regeln in Worten ausgedrückt machen.

Als Erläuterung mag folgendes dienen.

$\frac{3}{4}$ von des Verfassers Alter ist nun 2 Jahr mehr als $\frac{2}{3}$ davon. Wie alt ist der Verfasser?

Antwort: $\frac{2}{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{9}{12} - \frac{8}{12}}; = \frac{2}{\frac{1}{12}} = 24$ Jahr.

Es wird einem jedem leicht seyn, sich nun mehrere dergleichen Aufgaben, für besondere Fälle zu machen.

151 Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu a addirt eben so viel giebt, als von b abgezogen.

Auflösung. Diese Zahl sey x,
addire ich hiezu a, so erhalte ich $a + x$,
subtrah. ich sie aber von b, so erhalte ich $b - x$.
laut der Aufgabe soll,
$a + x = b - x$ seyn, + x addirt,
kömmt $a + 2x = b$ — a subtrahirt,
bleibt $2x = b - a$ — mit 2 dividirt,
folgl. $x = \frac{b - a}{2}$.

Regel: Die halbe Differenz der gegebenen Zahlen giebt die gesuchte.

Wie müssen aber a und b beschaffen seyn, wenn die gesuchte keine andere als eine ganze Zahl seyn soll?

Ant-

Antwort. Es muß die Differenz dieser beyden Zahlen nothwendig eine gerade Zahl seyn.

Wenn nun aber noch besonders gefordert werden sollte, daß die gesuchte Zahl nicht blos eine ganze, sondern zugleich eine gerade Zahl seyn sollte?

Antwort. So müßte die Differenz der gegebenen Zahlen mit 4 ohne Rest dividirt werden können. Ueberdem ist noch zu bemerken, daß in allen diesen Fällen, die beyden gegebenen Zahlen nothwendig zwey gerade oder zwey ungerade Zahlen seyn müssen.

Es ist äusserst nützlich, wenn man Anfänger dergleichen Fragen beantworten läßt. Sie lernen hierdurch denken, und bleiben nicht bey dem stehen, was ihnen die Rechnung blos fürs Auge giebt.

152 Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu a addirt eben so viel giebt, als mit b multiplicirt.

Auflösung. Diese Zahl sey x. Hiezu a addirt, giebt $a + x$, solche aber mit b multipl. giebt bx.

Demnach muß der Bedingung der Aufgabe gemäß seyn,

$$bx = a + x \quad x \text{ subtr.}$$

$$\text{bleibt } bx - x = a$$

$$\text{oder } bx - 1 . x = a$$

$$\text{oder } (b - 1)\, x = a \quad \text{mit } b - 1 \text{ dividirt,}$$

$$\text{folgl. } x = \frac{a}{b-1}.$$

Regel: Mit dem um Eins verminderten Coefficient, dividire man in die andere gegebenen Zahl: so erhält man die gesuchte.

153 Aufg. Eine Zahl zn finden, die zu a addirt, eben so viel giebt, als mit b dividirt.

Auf-

Auflösung. Die gesuchte Zahl sey wiederum x, zu dieser a addirt, giebt $a + x$, und solche mit b dividirt, giebt $\frac{x}{b}$

Der Bedingung der Aufgabe gemäß, muß

$a + x = \frac{x}{b}$ seyn,

mit b multipl.

giebt $ab + bx = x$

ab subtr.

giebt $bx = x - ab$

x subtr.

giebt $bx - x = - ab$

oder $(b - 1) x = - ab$

mit $b - 1$ divdirt,

folgl. $x = \frac{-ab}{b-1}$.

Wir finden also $x = \frac{-ab}{b-1}$

Ist nun b eine ganze Zahl und größer als 1: so giebt diese Formel für x einen negativen Werth. Soll nun für x ein positiver Werth gefunden werden: so muß b keine ganze Zahl, sondern ein ächter Bruch seyn. Denn alsdann kann man jene Formel auch so ausdrücken, $x = \frac{ab}{1-b}$.

Wird $b = 1$ gesetzt: So erhält man

$x = \frac{a}{0} = \infty$.

Das heißt: der Werth von x ist in diesem Fall größer, als ihn irgend eine endliche ganze Zahl anzugeben im Stande ist.

Für $b = 0$ findet sich hier offenbar auch $x = 0$.

Anfängern ist es äusserst nützlich, alles hier gesagte genau zu überdenken.

Wäre vorhergehende Aufgabe, aber so ausgedrückt worden:

Die Zahl zu finden von der a subtrahirt einen Rest giebt, der gleich dem Quotienten ist, den man erhält, wenn die gesuchte Zahl mit b dividirt wird, so wäre die Auflösung folgende:

Die gesuchte Zahl sey x:

so ist laut der Aufgabe $x - a = \frac{x}{b}$

$$\text{also } bx - ba = x$$
$$bx = ba + x$$
$$bx - x = ab$$
$$(b-1)\,x = ab$$
$$\text{folgl. } x = \frac{ab}{b-1}.$$

Um hier einen positiven endlichen Werth für x zu finden, wird also ausdrücklich erfordert, daß $b > 1$ sey.

Bey dieser Formel lassen sich ähnliche Betrachtungen machen, wie bey jener.

Die nächst vorhergehende Formel in Worten ausgedrückt, giebt folgende Regel:

Das Produkt des Subtraktors im Divisor, dividire man mit dem um Eins verminderten Divisor: so erhält man die gesuchte Zahl.

Z. E. Der 50ste Theil meines Vermögens, ist um 98 Thlr. weniger als mein Vermögen. Wie groß ist mein Vermögen?

Antwort. $x = \frac{98.50}{50-1} = \frac{98.50}{49}$, gleich $2.50 = 100$ Thlr.

Mehrere Erläuterung, bedarf diese Aufgabe nicht, – und wer dergleichen noch für nöthig finden sollte, wird leicht nach dem hier gewiesenen im Stande seyn, sich mehrere Aufgaben von der Art, nach eigener Willkühr so viel sich zu machen, als ihm beliebt. Nur muß derselbe die Zahlen so wählen, daß die Aufgabe auch möglich bleibt, und hat daher das vorhergehende zu beherzigen.

Druck-

Druckfehler.

In den 4 ersten Bogen sind die Aufgaben nicht Nummerirt, daher ein jeder Besitzer gebeten wird, solche zu Nummeriren.

Seite 5. Zeile 7. statt 7 addirt, lies + 7 addirt.

S. 5. die 5te Zeile der 8ten Aufgabe, statt 50 Fl. 50 + Fl. lies, 50 alte Gulden, 50 + Fl. Courantgeld.

S. 8. die 3te Zeile der 14ten Aufg. lies 3, statt 8.

—— die 4te Zeile, statt ein anderer, lies noch ein zweyter.

—— die 5te Zeile, statt verfertige, lies verfertiger.

S. 10. die 16te Aufg. konnte kürzer ohne Algebra, so aufgelößt werden. Da in 12 Tagen 1200 Ruthen fertig seyn sollen, so müssen täglich offenbar $\frac{1200}{12} = 100$ Ruthen fertig gemacht werden, da nun auf der einen Seite täglich 40 Ruthen fertig gemacht worden, so werden auf der andern Seite täglich noch $100 - 40 = 60$ Ruthen gemacht. Indessen können immer Anfänger jene Algebraische Solution auch kennen lernen, es reizt sie vielleicht mehr, wenn sie von selbst solche kürzere Auflösungen, wie die hier gegebene finden, und dieses ist bey vielen Aufgaben möglich.

S. 12. die 20ste Zeile der 19ten Aufg. statt addirt, lies beyde addirt.

S. 13. die 13te Zeile der 21sten Aufg. statt $174\frac{1}{2}$ lies $174\frac{1}{2} - 74$.

S. 16. die 6. und 9. Z. der 26. Aufg. muß = ausgestrichen werden.

S. 17. Zeile 12, statt 4 J., lies — 4 J.

S. 18. die 8. Z. der 29. Aufg. statt der zweyte, l. der zweyte hat also.

S. 20. Zeile 22, statt x^{12}, lies x^2.

—— Zeile 28, statt haben, lies hätten, und statt gehabt lies, gepflanzt, und das 2temal 51 Bäume.

S. 21. die 14te Zeile der 33sten Aufg., statt Aler, lies Alter.

S. 25. Zeile 20, statt mit $\frac{17}{80}$ multipl., lies mit $\frac{17}{80}$ dividirt.

S. 30. die 2te Zeile der 45sten Aufgabe, streiche ein aus.

S. 36. die letzte Zeile, statt 12, lies 11.

S. 38. Zeile 3 und 4, statt beträgt, lies, und der 2te 10mal so viel.

S. 40. den Werth von x hätte man in der 57sten Aufg. noch kürzer so finden können, von

$$\begin{array}{l} 7x - 3 \\ 6x + 5 \\ \hline \end{array}$$ subtrahirt.

bleibt $x - 8 = 0$, also $x = 8$.

S. 51. die 71ste Aufg. Zeile 1, statt 560 — lies 460, und Zeile 10, statt a Procent, lies à 5 Procent, ganz unten, st. mal, l. man.

S. 56. Zeile 8, lese man eine Aufgabe aufzulösen.

S. 59. von unten die 3te Zeile, statt 14 lies 24.

S. 60. Zeile 1. statt Diese — — unreinen, lies die Auflösung dieser Aufgabe führt zu einer unreinen.

S. 61. die 80ste Aufg., Zeile 11, statt $6x = 58$ lies, $6x - 58$.

S. 63. Zeile 10, statt stat, lies statt.

S. 64. ganz unten, statt 114 Gr. 6 Thlr., lies 144 Gr., = 6 Thlr.

S. 65. die 85ste Aufgabe, kann weit kürzer ohne Algebra so aufgelößt werden, da ein Mann 1 Gr. mehr verzehrt, als eine

Frau, so verzehren 4 Männer offenbar zusammen 4 Gr. mehr, also bleiben noch 144—4=140 Gr. übrig, und diese werden von 20 Personen verzehrt, also kömmt auf jede Person $\frac{140}{20}$ = 7 Groschen.

S. 66. Zeile 12, lese man, folglich muß $\frac{x-15}{16}$ = 7 Thlr. seyn.
S. 67. die 88ste Aufg., Zeile 1, statt Louidor, lies Louisd'or.
S. 69. Zeile 17, statt 484 lies, 483.
S. 71. Zeile 11, lese man Vor 14 Jahr.
S. 77. Zeile 2, statt worzu, lies wozu.
S. 78. Z. 3, st. ihm, l. ihn, Z. 12, st. geometrische, l. geometrischen.
S. 79. Zeile 5. lies noch einmal so viel Mannschaft. Z. 4. von unten, statt 3 Scheffel, lies 3 Malter.
S. 81. Zeile 17, statt in, lies im, Z. 18, statt die Mannschaft, lies, daß die Mannschaft, Z. 23, statt die, lies der, Z. 25, statt der bestimmten, lies die bestimmte.
S. 87. 109te Aufg. Zeile 5, statt drachte, lies brachte.
—— 110te Aufg. Zeile 2, statt davon, lies dabey.
S. 94. Zeile 1, statt Regula-Detri, lies Regel-Detri.
S. 96. Zeile 12, von unten, statt gekommen, lies kommen.
S. 104. die 133ste Aufg. Zeile 2, statt den dritten und zweifünftel Theil, lies drittel und zweyfünftel.
—— Z. 5 von unten, statt $\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x$, lies $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x$.
S. 105. Z. 3, st. dem N l. dem Ort N. Z. 11, st. oder, l. so folgt, daß.
S. 108. Zeile 7, statt $-x$, lies x.
S. 125. die 151ste Aufg. stehet auch schon S. 121, aus Versehen kömmt sie zweymal vor, indessen ersetzen die verschiedenen dabey gemachten kurze Bemerkungen, den Verlust einer andern Aufgabe, die sonst den Platz hätte einnehmen können.
S. 126. Zeile 4 und 5 von unten, lies Coefficient.

Ueberall lese man statt Rusler — Rösler.

Unter den Druckfehlern habe ich auch öfters kürzere Auflösungen der Aufgaben mitgetheilt, sie mögen zum Beweise dienen, daß man durch gehörige Ueberlegung, öfters eine Aufgabe ohne Algebra, fast noch geschwinder auflösen kann. Dieses kann veranlassen und hat veranlaßt, daß einige geglaubt haben, man könnte der Algebra ganz entbehren, denn es ließe wie sie sich ausdrückten, ja alles arithmetice auflösen. Dieses letztere soll die Zukunft beantworten, und was die Aufgaben in diesem Hefte betrift, so unterstehe ich mir, sie alle ohne Algebra aufzulösen, allein ich gestehe auch, daß ich es schwerlich könnte, wenn ich nicht Algebra verstünde; übrigens muß ich noch sagen, daß, wenn ich Anfänger in der Algebra unterrichte, so lasse ich sie viele Aufgaben blos arithmetisch auflösen, und gewiß erfordert die blosse arithmetische Auflösung öfters weit mehr Kopf, als eine algebraische.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Grüson, Johann Philipp,

Sammlung Algebraischer Aufgaben nebst einer Einleitung in die Buchstabenrechnung und Algebra

Bd.: 1

Halle 1793

Math.p. 191-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081881-2
VD18 80317138-001